

О развитии спектрального подхода к геологическому моделированию:
горизонтальные скважины и индикаторное моделирование

Спектральное моделирование

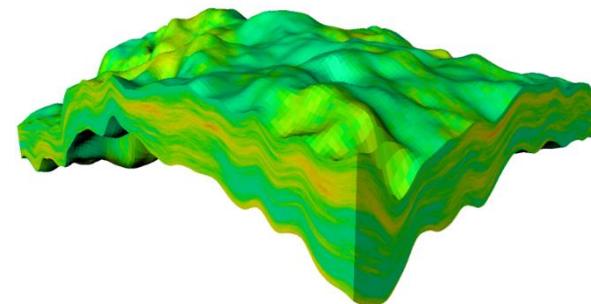
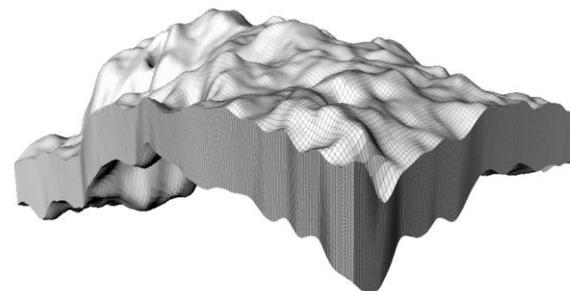
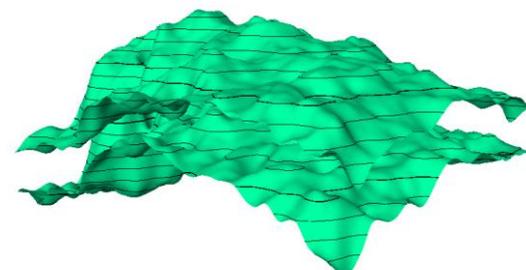
Кратко:

Спектральное моделирование – вероятностный метод трёхмерного моделирования свойств коллекторов

Более подробно:

Этапы построения 3D геологической модели:

- Построение структурного каркаса
- Создание 3D сетки
- **Моделирование свойства в ячейках сетки**

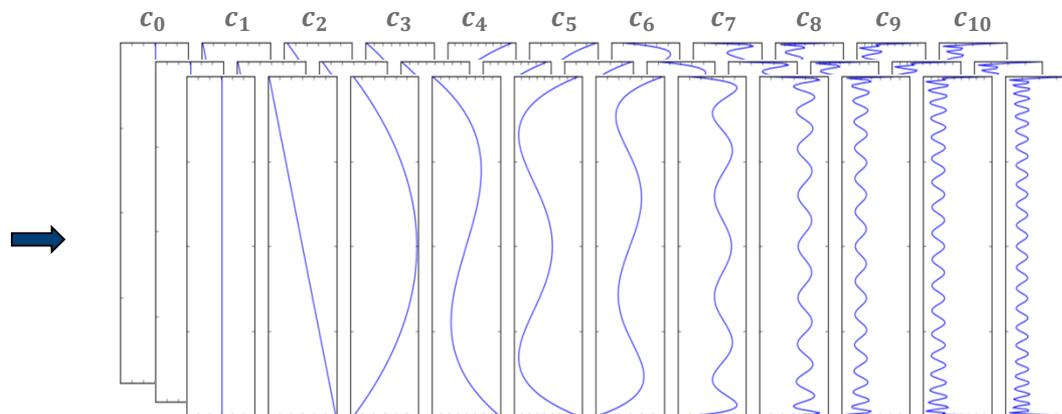
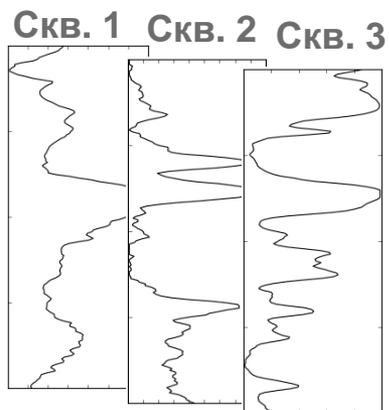
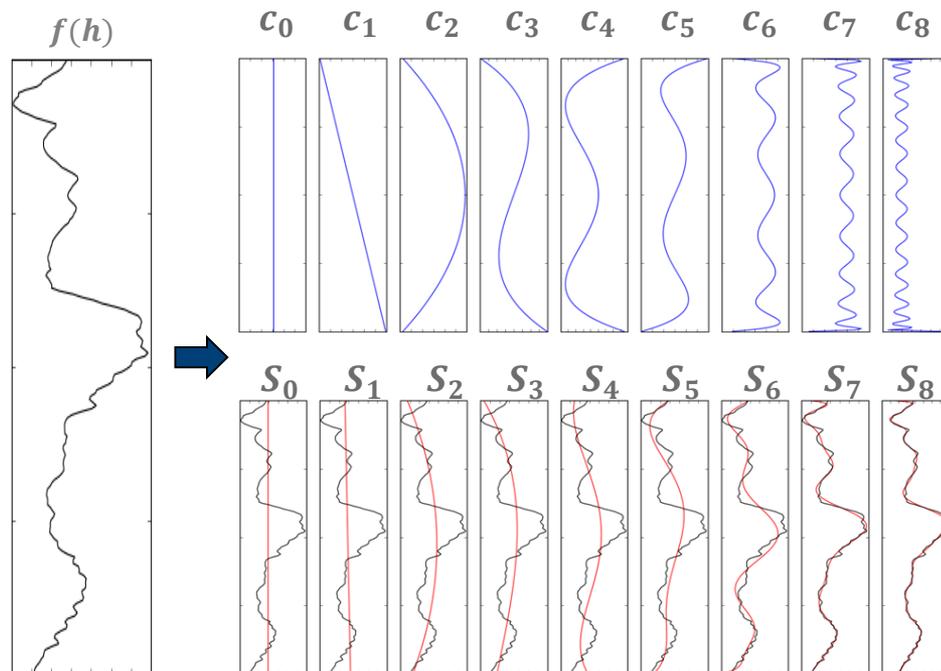


Разложение каротажных данных

Рассмотрим каротажную кривую как функцию $f(h)$

Данную функцию можно разложить в ряд Фурье по базису $\{\varphi_j\}$:

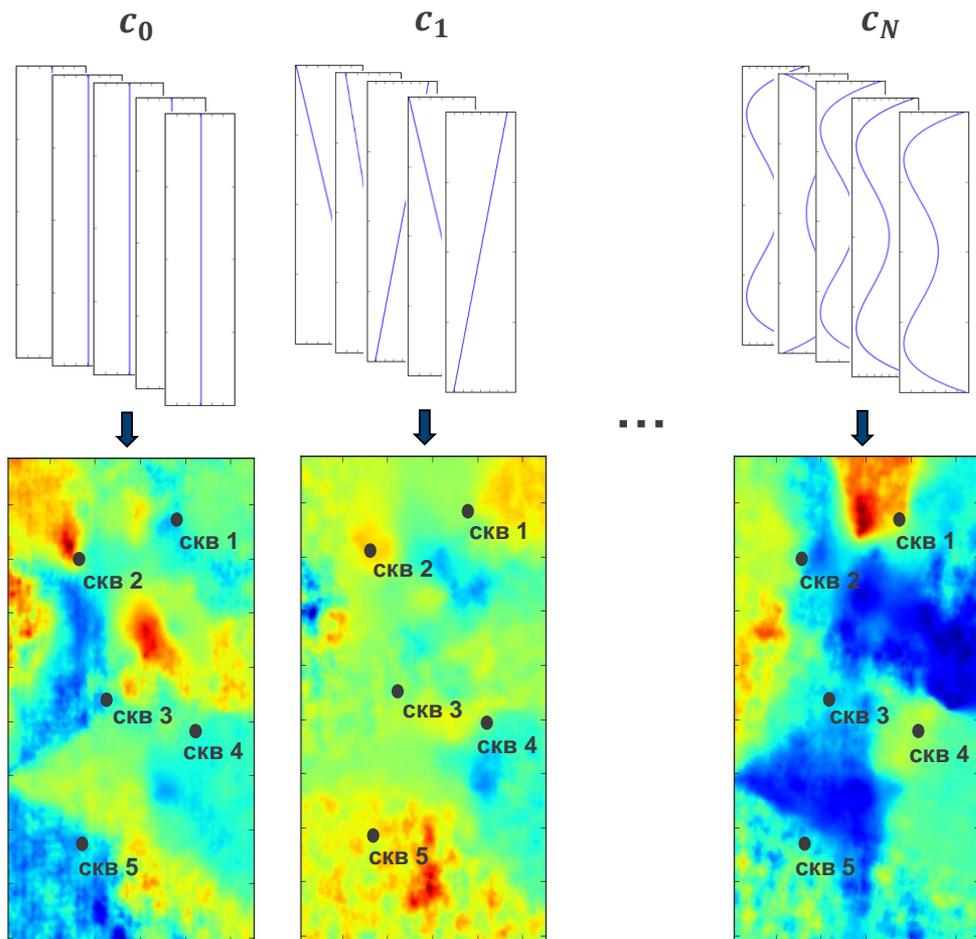
$$f(h) = \sum_{j=0}^N c_j \varphi_j(h) + \Delta(h)$$



Построение карт коэффициентов

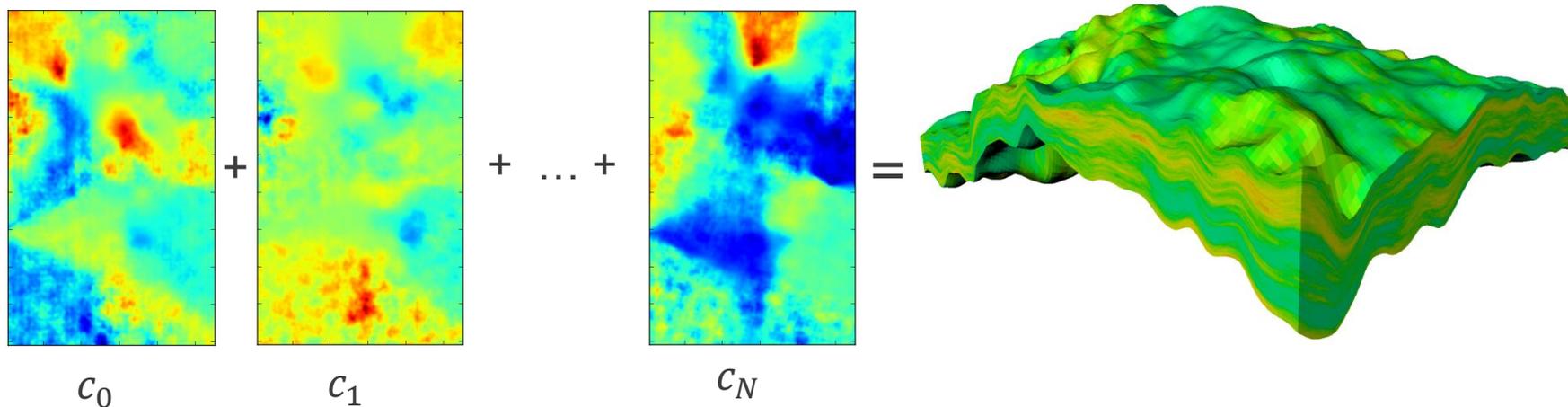
Для определения параметров распределения значений коэффициентов для скважин используются статистические методы

Используя значения в скважинах при помощи стохастического метода строятся карты коэффициентов



Восстановление 3D модели

Карты коэффициентов используются для реконструкции синтетических каротажей моделируемого свойства в каждой горизонтальной (латеральной) точке, в результате чего получается 3D модель (куб свойства)



$$c_0(x, y)P_0(h) + c_1(x, y)P_1(h) + \dots + c_N(x, y)P_N(h) = \text{3D Модель}$$

Математическая модель

Пусть $G(\mathbf{x}, h)$ – стохастическое поле, параметризованное множеством $(\mathbf{x}, h) \in Q = D \times H \subset \mathbf{R}^3$, где $D \subset \mathbf{R}^2$ – некоторая область, $\mathbf{x} = (x, y) \in D$, $H = [a, b]$, $h \in H$

Для каждого фиксированного \mathbf{x} реализация стохастического поля $G(\mathbf{x}, h)$ представляет собой траекторию случайного процесса $\xi(h; \mathbf{x}) = G(\mathbf{x}, h)$.

Можно построить разложение $\xi(h; \mathbf{x})$ по некоторому ортонормированному базису $\varphi^j(h)$ в $L^2[a, b]$:

$$\xi(h; \mathbf{x}) = \sum_{j=0}^N c_j(\mathbf{x})\varphi^j(h) + \Delta(\mathbf{x}, h), \quad c_j(\mathbf{x}) = \int_a^b \xi(h; \mathbf{x})\varphi^j(h) dh, \quad j = \overline{1, N},$$

Из центральной предельной теоремы следует нормальность распределения коэффициента $c_j(\mathbf{x})$.

Таким образом, $c_j(\mathbf{x})$ может быть представлена в виде

$$c_j(\mathbf{x}) = a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x})\eta_j(\mathbf{x}),$$

$a_j(\mathbf{x})$ – среднее значение коэффициента, $\sigma_j(\mathbf{x})$ – дисперсия, а $\eta_j(\mathbf{x})$ – стационарное случайное поле, имеющее стандартные нормальные одномерные распределения, т.е. $\eta_j(\mathbf{x}) \sim N(0, 1)$.

Таким образом поле $G(\mathbf{x}, h)$ с некоторой степенью точности в виде

$$G(\mathbf{x}, h) \cong \sum_j^N c_j(\mathbf{x})\varphi^j(h) = \sum_j^N [a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x})\eta_j(\mathbf{x})]\varphi^j(h).$$

Спектральное моделирование: преимущества

Спектральное моделирование имеет преимущества перед классическими методами (например SGS):

- Периодограммный непараметрический анализ
- Ослабление ограничений изотропности и стационарности
- Параллелизуемость расчётов
- Моделирование без сетки (Grid-Free Simulation)

Некоторые имеющиеся ограничения

Канонический метод спектрального моделирования имеет следующие ограничения:

- Моделируются только нормированные/стандартизированные каротажи
- Нет возможности моделировать дискретные параметры
- Данные только на субвертикальных скважинах

Спектральное индикаторное моделирование

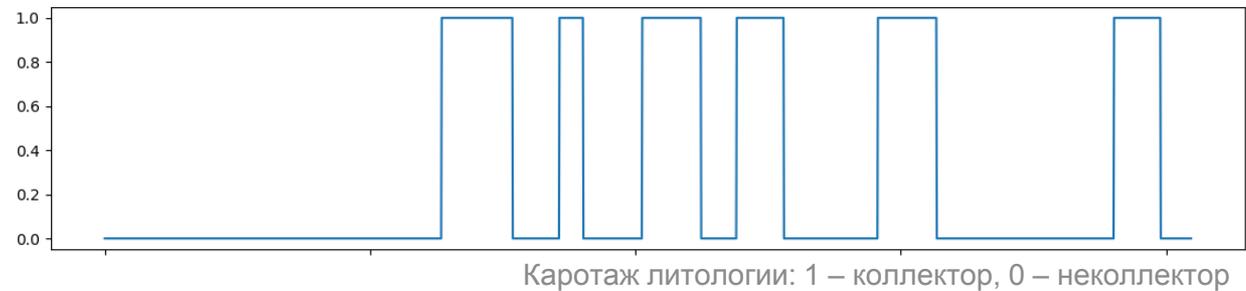
Индикаторное спектральное моделирование

Простое и эффективное решение

Ступенчатая функция

$$f(h) = \mathbf{1}(U \Delta h_i),$$
$$h \in [0, H]$$

Δh_i – участки вдоль скважины,
соответствующие коллектору.

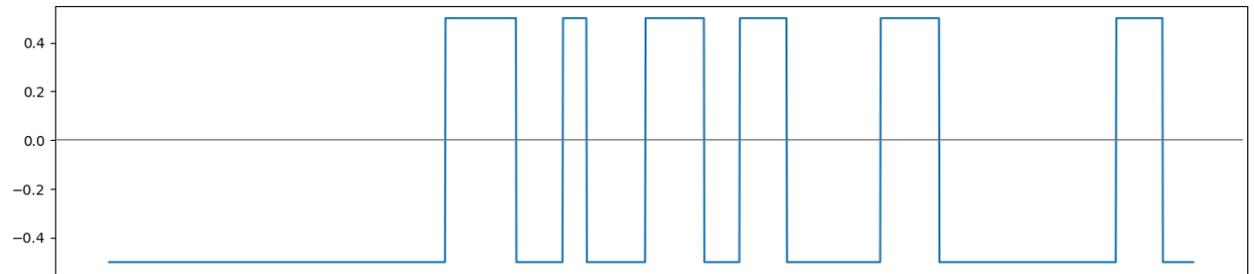


$$f^*(h) = f(h) - 0,5$$

Теперь:

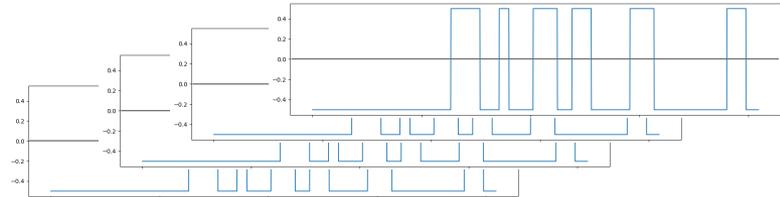
$f^*(h) > 0$ – коллектор

$f^*(h) < 0$ – неколлектор



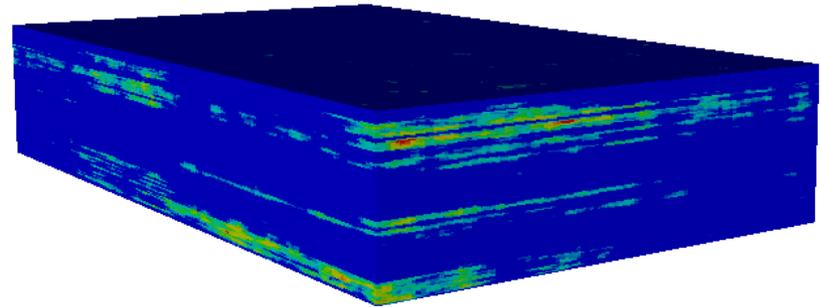
Индикаторное спектральное моделирование

Формирование дискретных каротажей



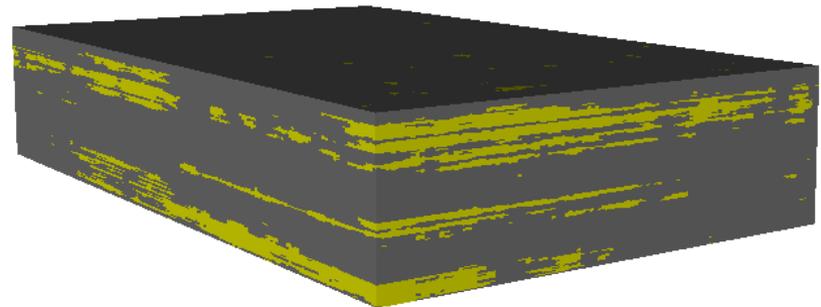
Куб непрерывного свойства

$$G(x, h) \cong \sum_j^N [a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x})\eta_j(\mathbf{x})]\varphi^j(h)$$

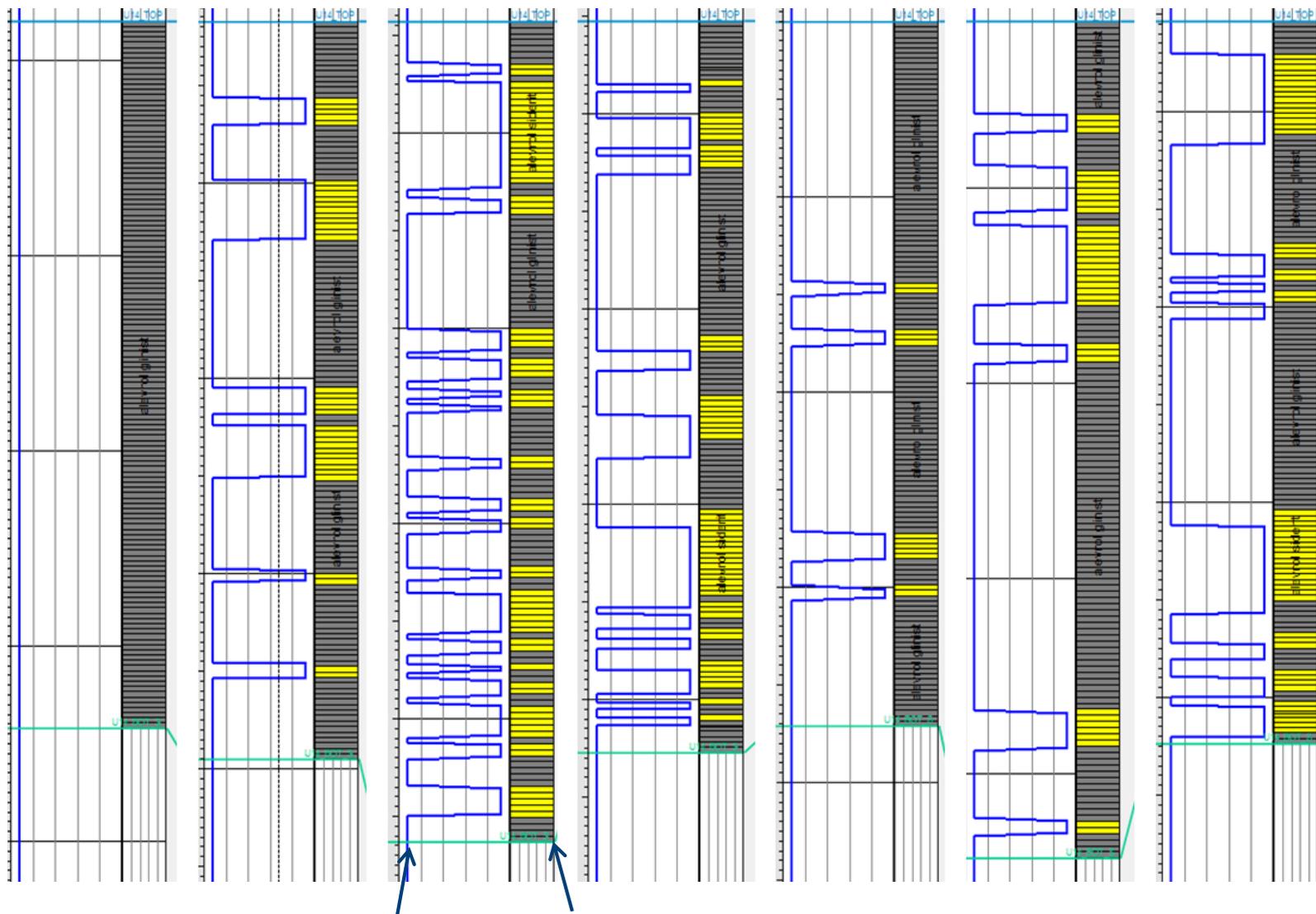


Индикаторный куб

$$G^i(x, h) = \begin{cases} 1, & (x, h): G(x, h) \geq 0 \\ 0, & (x, h): G(x, h) < 0 \end{cases}$$



Индикаторное спектральное моделирование: Результаты



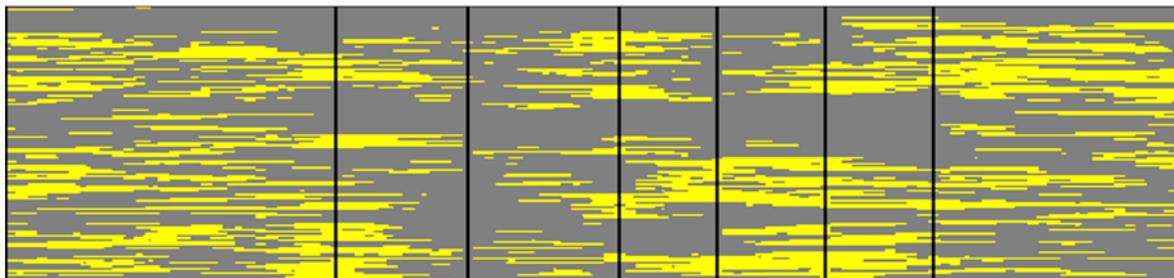
Реальные данные

Смоделированные данные

Индикаторное спектральное моделирование: Результаты

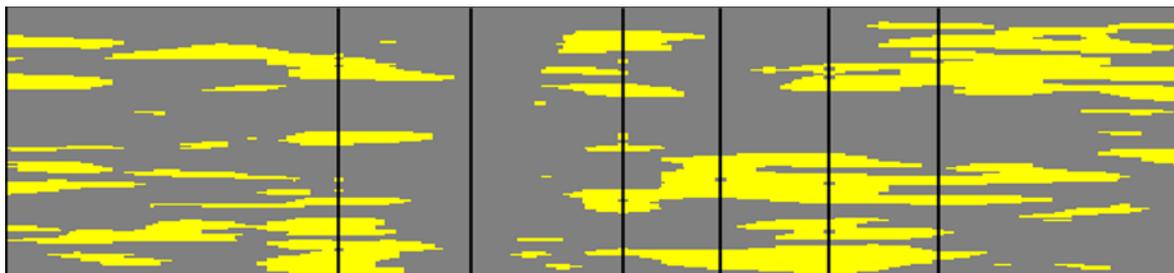
SIS

Вертикальная неоднородность (расчлененность) увеличивается на удалении от скважин



SIS Smoothed

После сглаживания прослои не прослеживаются, хотя в среднем вертикальная неоднородность (расчлененность) близка к скважинным данным



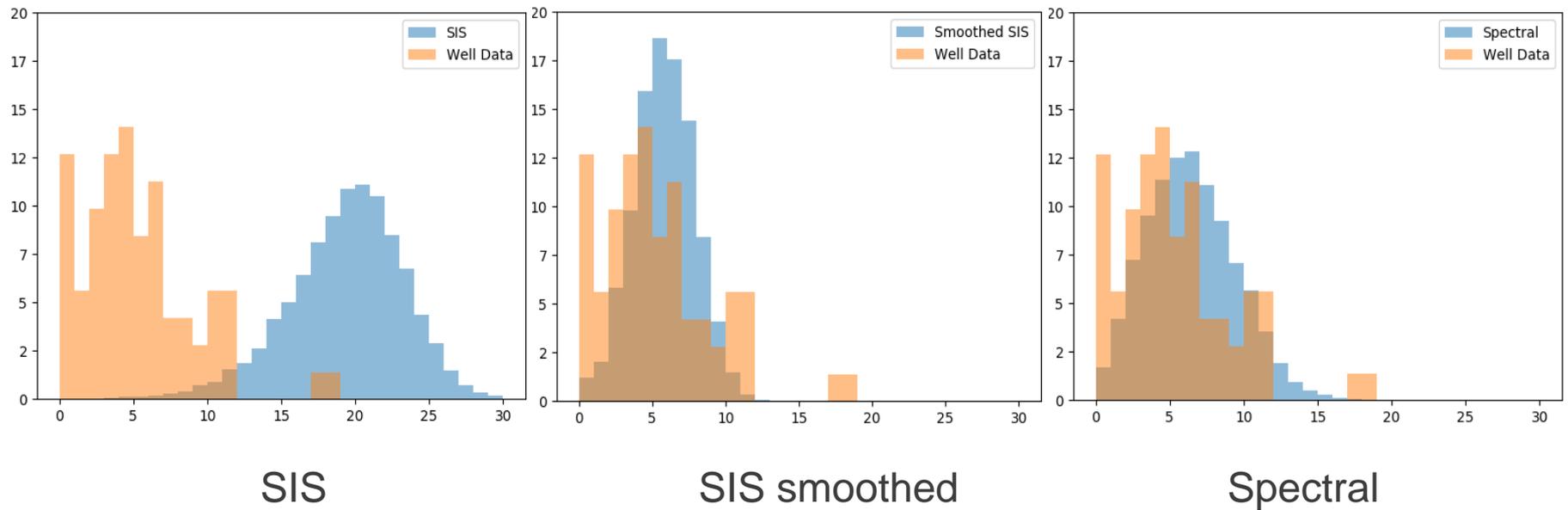
Spectral

Сохраняются вертикальная и горизонтальная неоднородность, отвечающая скважинным данным



Индикаторное спектральное моделирование: Результаты

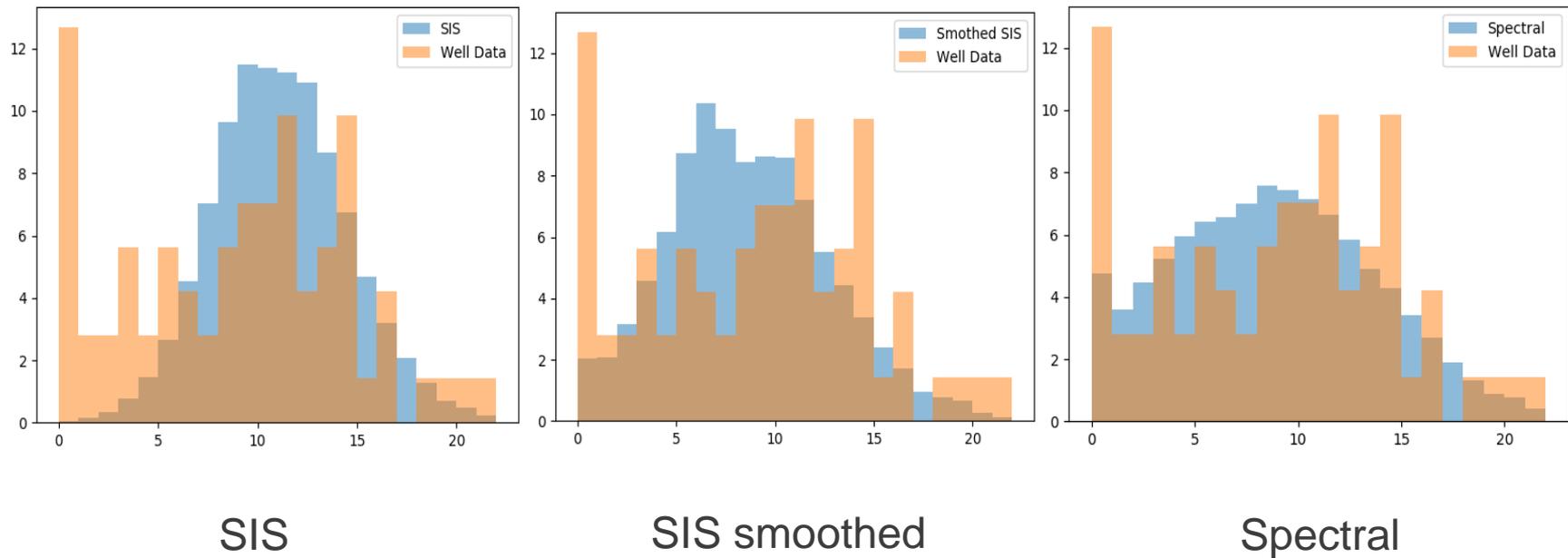
Сравнение гистограмм расчленённости по скважинам и по кубу



Распределение расчленённости в кубе, полученном с помощью спектрального метода лучше всего соответствует распределению в скважинах

Индикаторное спектральное моделирование: Результаты

Сравнение эффективных толщин по скважинам и по кубу



Спектральное моделирование лучше воспроизводит распределение эффективных толщин

Спектральное моделирование с учётом данных ГС

Обусловленное стохастическое моделирование (ОСМ)

Задача

Смоделировать стационарное поле $Z(u)$ с заданной ковариационной функцией $C_Z(v)$, такое что оно совпадает с известными значениями z_i в заданных точка u_i

$$Z(u) \Big|_{u=u_i} = z_i$$

Такое $Z(u)$ – возможный вариант (ненаблюдаемой) действительности.

Двухшаговый метод

1. Сгенерировать $\hat{Z}(u)$ – необусловленное стационарное поле с $C_Z(v)$
2. Модифицировать $\hat{Z}(u)$ и получить обусловленное поле $Z^*(u)$:

$$Z^*(u) = \hat{Z}(u) - K[\hat{Z}(u_i)] + K[z_i],$$

здесь $K[\hat{Z}(u_i)]$ – кригинг, построенный по значениям $\hat{Z}(u_i)$ в точках u_i , а $K[z_i]$ – кригинг по значениям z_i в тех же точках u_i .

Обусловленное спектральное моделирование

Математическая модель

Моделируется случайное поле $G(\mathbf{x}, h)$ в следующем виде

$$G(\mathbf{x}, h) \cong \sum_j^N c_j(\mathbf{x}) \varphi^j(h) = \sum_j^N [a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x}) \eta_j(\mathbf{x})] \varphi^j(h).$$

Условия на вертикальных скважинах

- Точки \mathbf{x}_i – координаты скважин
- Функции $f_i(h)$ – каротажи на вертикальных скважинах
- Обусловливающее ограничение – воспроизведение каротажей:

$$G(\mathbf{x}, h) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = f_i(h),$$

- Равносильное ограничение – воспроизведение коэффициентов:

$$c_j(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = [a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x}) \eta_j(\mathbf{x})] \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = c_j^i, \quad \text{где } c_j^i = \langle f_i, \varphi^j \rangle$$

Обусловленное спектральное моделирование

Условия на вертикальных скважинах – обусловленное моделирование

Ограничения на коэффициенты

$$c_j(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = [a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x})\eta_j(\mathbf{x})] \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = c_j^i, \quad \text{где } c_j^i = \langle f_i, \varphi^j \rangle$$

равносильно условиям на моделируемые поля $\eta_j(\mathbf{x})$

$$\hat{\eta}_j^i := \eta_j(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = \frac{c_j^i - a_j(\mathbf{x}_i)}{\sigma_j(\mathbf{x}_i)}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Двухшаговый метод для построения обусловленных полей

1. Генерируется независимая реализация поля $\eta_j(\mathbf{x})$
2. Строится обусловленная $\eta_j^*(\mathbf{x})$ реализация при помощи кригинга

$$\eta_j^*(\mathbf{x}_i) = \eta_j(\mathbf{x}) - K[\eta_j(\mathbf{x}_i)] + K[\hat{\eta}_j^i], \quad i = \overline{1, n}.$$

здесь $K[\eta_j(\mathbf{x}_i)]$ – кригинг, построенный по значениям $\eta_j(\mathbf{x}_i)$ в точках \mathbf{x}_i , а $K[\hat{\eta}_j^i]$ – кригинг по значениям $\hat{\eta}_j^i$ в тех же точках \mathbf{x}_i .

Спектральное моделирование обусловленное данными ГС

Ограничения накладываемые горизонтальными скважинами

- Принципиально иной характер ограничений – нет одной латеральной координаты x_i горизонтальной скважины
- Для каждой точки (\mathbf{x}^*, h^*) горизонтальной i -скважины условие имеет вид

$$G(\mathbf{x}, h) \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^* \\ h=h^*}} = g^*,$$

где g^* – значение каротажа на скважине, соответствующее точке (\mathbf{x}^*, h^*) , или что то же самое

$$\sum_j [a_j(\mathbf{x}) + \sigma_j(\mathbf{x})\eta_j(\mathbf{x})] \varphi^j(h) \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^* \\ h=h^*}} = g^*$$

Новое ограничение

$$\sum_j \Phi^j(x, h)\eta_j(\mathbf{x}) \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^* \\ h=h^*}} = \tilde{g}^* \quad (**)$$

Спектральное моделирование: два вида ограничений

Ограничение вертикальных скважин

Менее сложное, но более строгое!

$$\eta_j(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_i} = \hat{\eta}_j^i = \frac{c_j^i - a_j(\mathbf{x}_i)}{\sigma_j(\mathbf{x}_i)}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (*)$$

Ограничение горизонтальных скважин

Более сложное, но менее строгое!

$$\sum_j \Phi^j(x, h) \eta_j(\mathbf{x}) \Big|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}^* \\ h=h^*}} = \tilde{g}^* \quad (**)$$

Более простая задача – одномерные процессы

Снижение размерности

Пусть $x(t)$ и $y(t)$ – два стационарных гауссовских процесса с ковариационными функциями $C_x(\tau)$ и $C_y(\tau)$, соответственно, и задан случайный процесс

$$z(t) = f(t)x(t) + g(t)y(t), \quad t \in [0, T].$$

Задача

Пусть t_0 – некоторая фиксированная точка из $[0, T]$, в которой известно значение процесса $z(t)$. Необходимо построить стационарные гауссовские случайные процессы $\xi(t)$ и $\eta(t)$ с ковариационными функциями $C_x(\tau)$ и $C_y(\tau)$, соответственно, такие что процесс

$$\zeta(t) = f(t)\xi(t) + g(t)\eta(t)$$

Совпадает с процессом $z(t)$ в точках t_0 , т.е.

$$\zeta(t_0) = z(t_0)$$

Спектральное моделирование с учётом данных ГС

Решение

Пусть $\xi(t)$ и $\eta(t)$ – известные (сгенерированные) независимые случайные гауссовские процессы с требуемой корреляционной структурой. Определим процессы $\xi^*(t)$ и $\eta^*(t)$ следующим образом:

$$\xi^*(t) = \xi(t) + K_\xi(t) = \xi(t) - \lambda(t)\xi(t_0) + \lambda(t)\frac{\chi}{f(t_0)}$$
$$\eta^*(t) = \eta(t) + K_\eta(t) = \eta(t) - \mu(t)\eta(t_0) + \mu(t)\frac{\nu}{g(t_0)}$$

где

$$\lambda(t) = \frac{C_x(t - t_0)}{C_x(0)} \quad \mu(t) = \frac{C_y(t - t_0)}{C_y(0)}$$

χ и ν – независимые (взаимно и по отношению к процессам $\xi(t)$, $\eta(t)$ и $z(t)$) гауссовские случайные величины такие что $\chi + \nu = z(t_0)$.

Тогда процессы $\xi^*(t)$ и $\eta^*(t)$ дают решение искомой задачи. Действительно, легко проверить, что

$$\zeta^*(t) \Big|_{t=t_0} = f(t)\xi^*(t) + g(t)\eta^*(t) \Big|_{t=t_0} = \chi + \nu = z(t_0)$$

Численный эксперимент

В качестве эксперимента были независимо смоделированы процессы $x(t)$ и $\xi(t)$ с ковариационной функцией $C_x(\tau)$ и соответствующей ей спектральной плотностью $f_x(\lambda)$

$$C_x(\tau) = \frac{\sin(A\tau)}{A\tau} \quad f_x(\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{A}, & \lambda \in [0, A], \\ 0, & \lambda \notin [0, A]. \end{cases}$$

и процессы $y(t)$ и $\eta(t)$ с ковариационной функцией $C_y(\tau)$ и соответствующей ей спектральной плотностью $f_y(\lambda)$

$$C_y(\tau) = \left[\frac{\sin(A\tau/2)}{A\tau/2} \right]^2 \quad f_y(\lambda) = \begin{cases} \frac{2(1 - \lambda/A)}{A}, & \lambda \in [0, A], \\ 0, & \lambda \notin [0, A]. \end{cases}$$

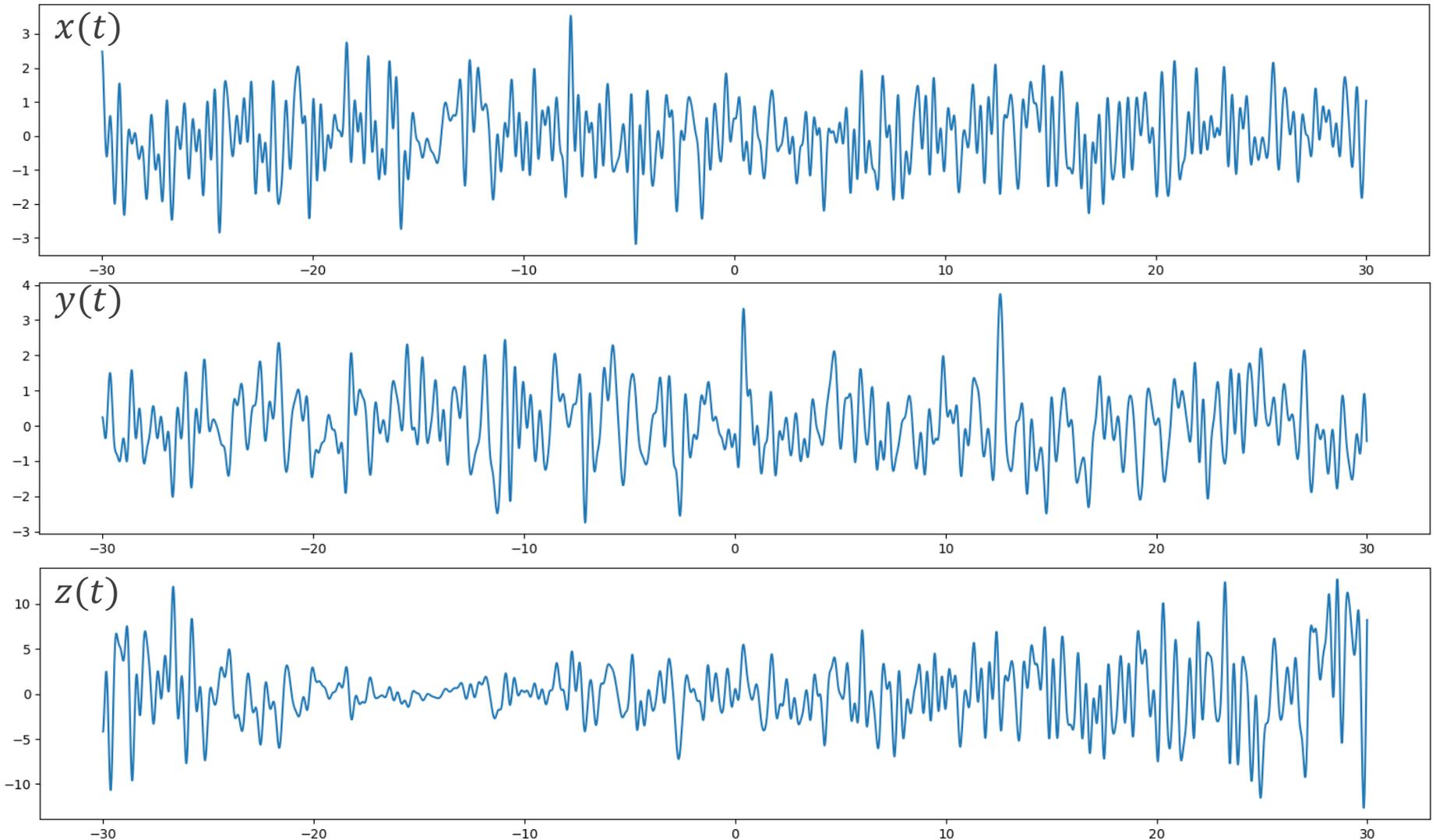
Построен процесс $z(t)$ в виде взвешенной суммы процессов $x(t)$ и $y(t)$

$$z(t) = f(t)x(t) + g(t)y(t), \quad t \in [0, T].$$

$$f(t) = a + bt$$

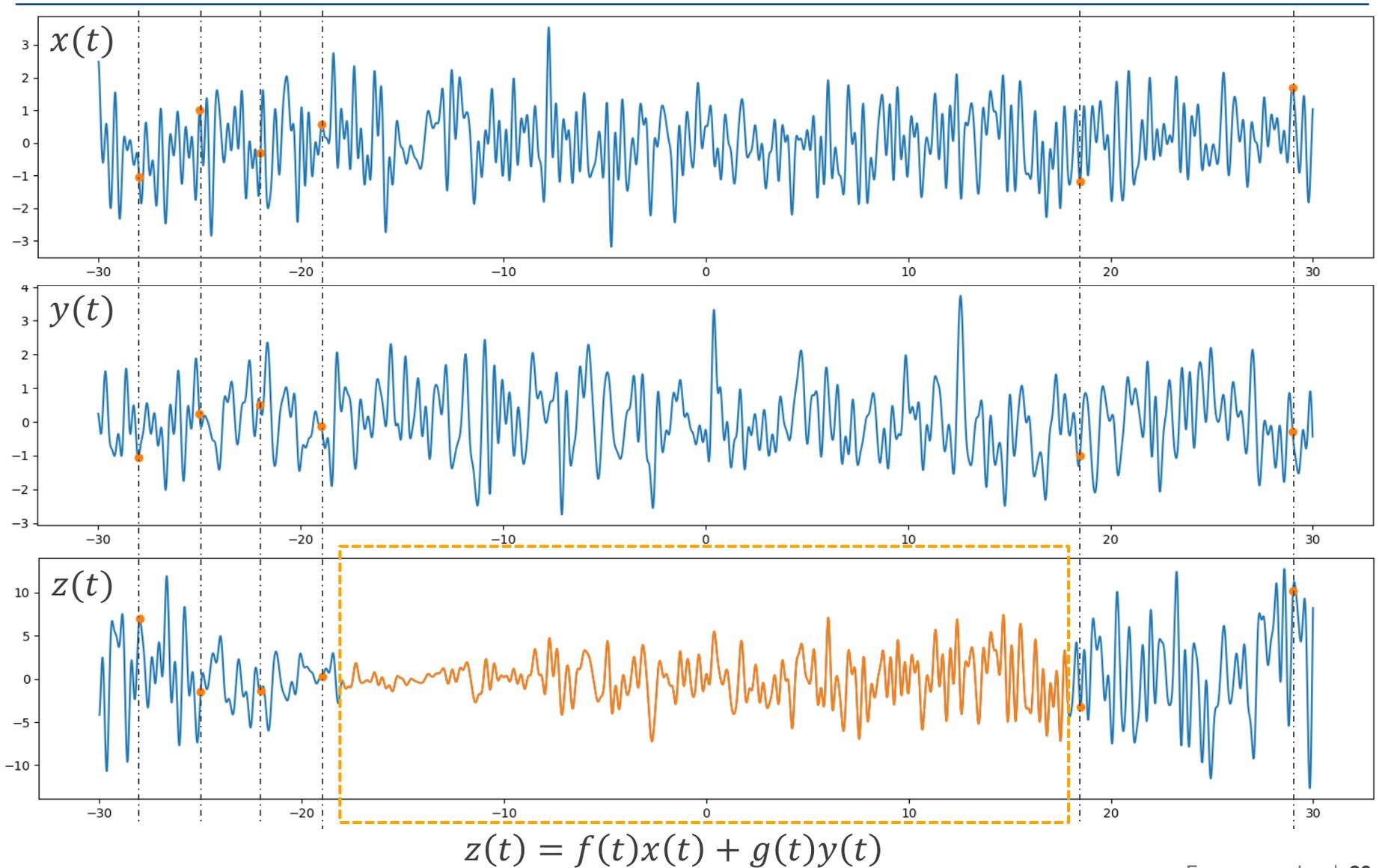
$$g(t) = a - ct^2$$

Синие процессы – истинные значения моделируемы полей («природа»)

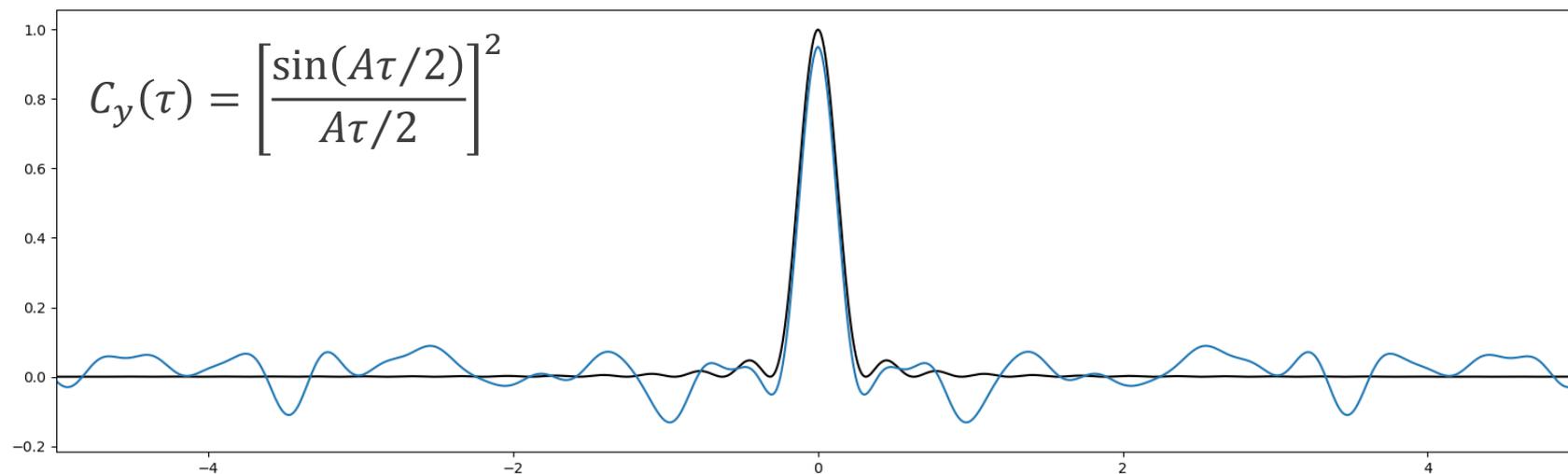
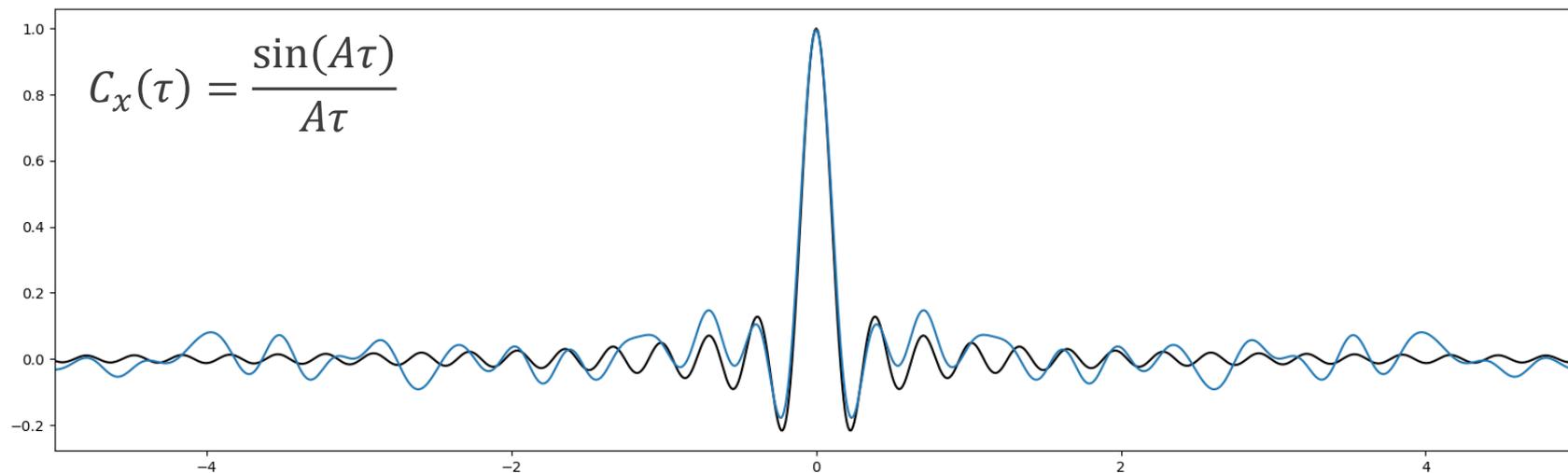


$$z(t) = f(t)x(t) + g(t)y(t)$$

Оранжевые точки – измеренные значения истинных полей («природы»)



Проверка корректности смоделированных полей



Первый шаг: генерация независимых процессов

Формула для построения искомых процессов

$$\xi^*(t) = \xi(t) + K_\xi(t)$$
$$\eta^*(t) = \eta(t) + K_\eta(t)$$

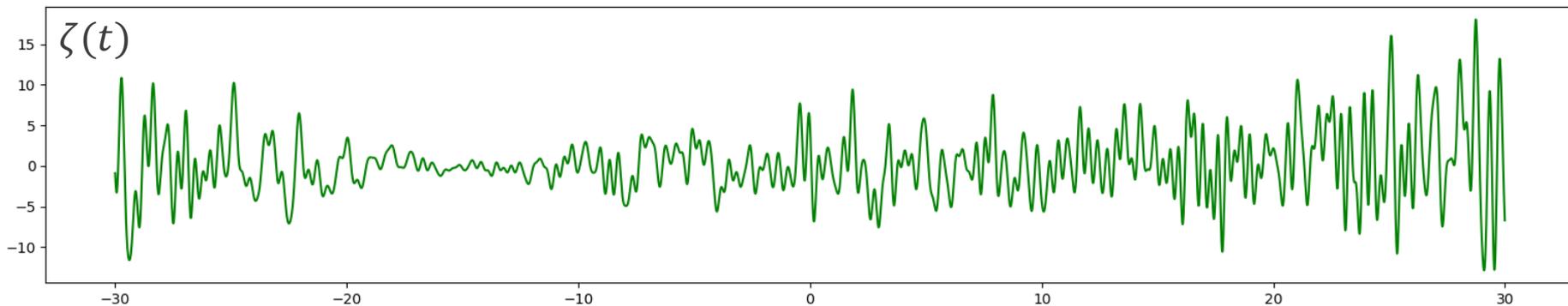
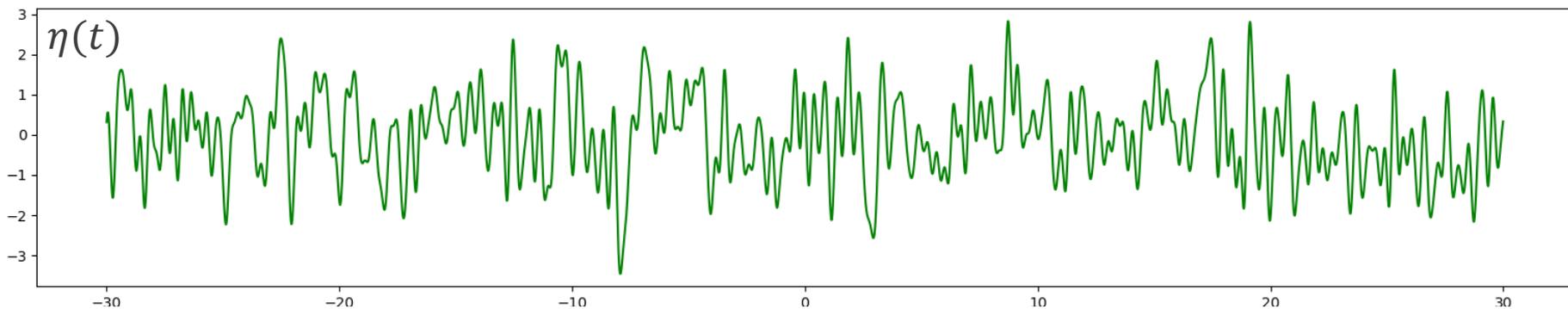
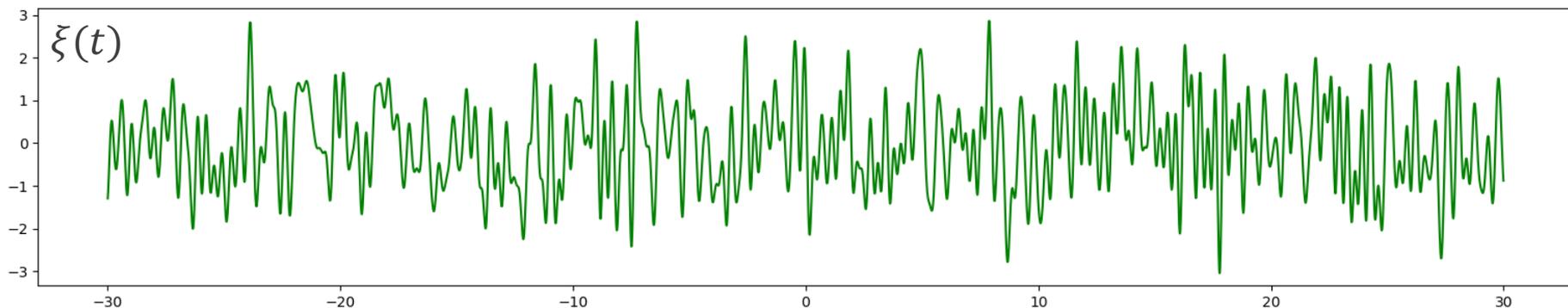
Необходимо сгенерировать независимые процессы:

$\xi(t)$ – независимая копия процесса $x(t)$

$\eta(t)$ – независимая копия процесса $y(t)$

$$\zeta(t) = f(t)\xi(t) + g(t)\eta(t)$$

Независимые копии процессов



$$\zeta(t) = f(t)\xi(t) + g(t)\eta(t)$$

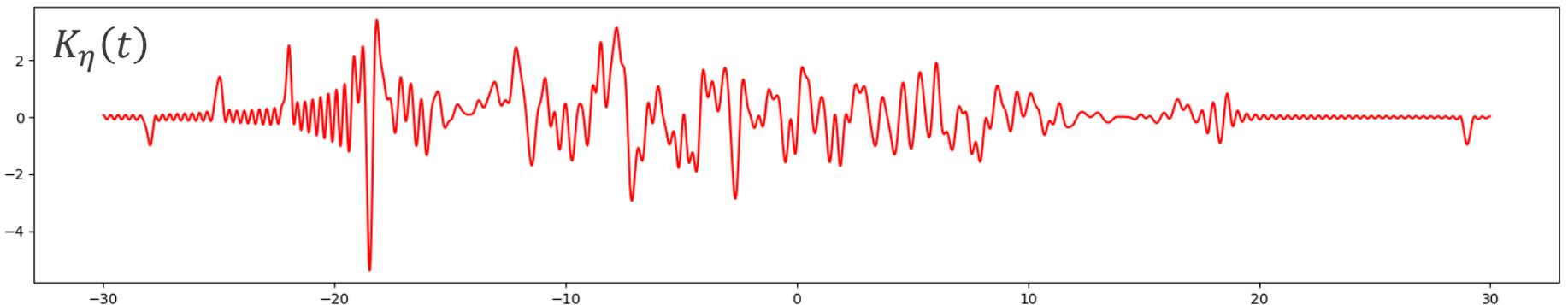
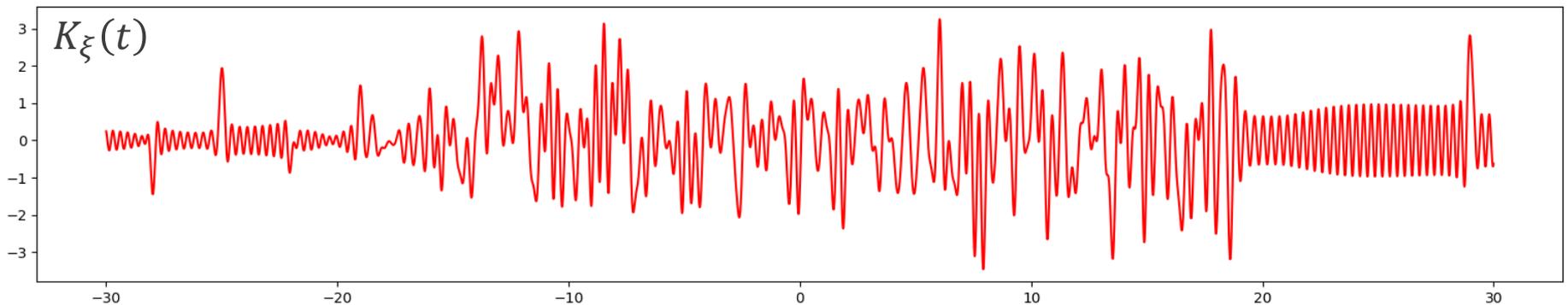
Построение корректирующих процессов

$$\xi^*(t) = \xi(t) + K_\xi(t)$$

$$K_\xi(t) = -\lambda(t)\xi(t_0) + \lambda(t) \frac{\chi}{f(t_0)}$$

$$\eta^*(t) = \eta(t) + K_\eta(t)$$

$$K_\eta(t) = -\mu(t)\eta(t_0) + \mu(t) \frac{\nu}{g(t_0)}$$



Построение искомых процессов

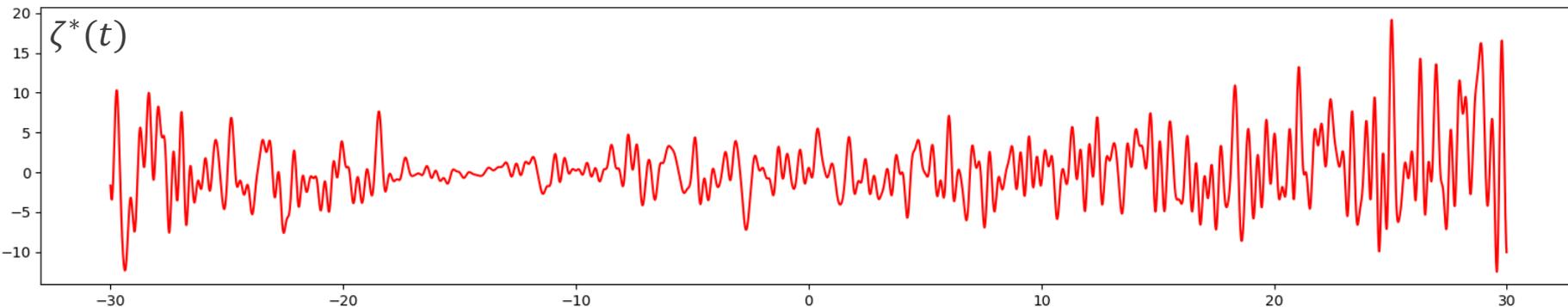
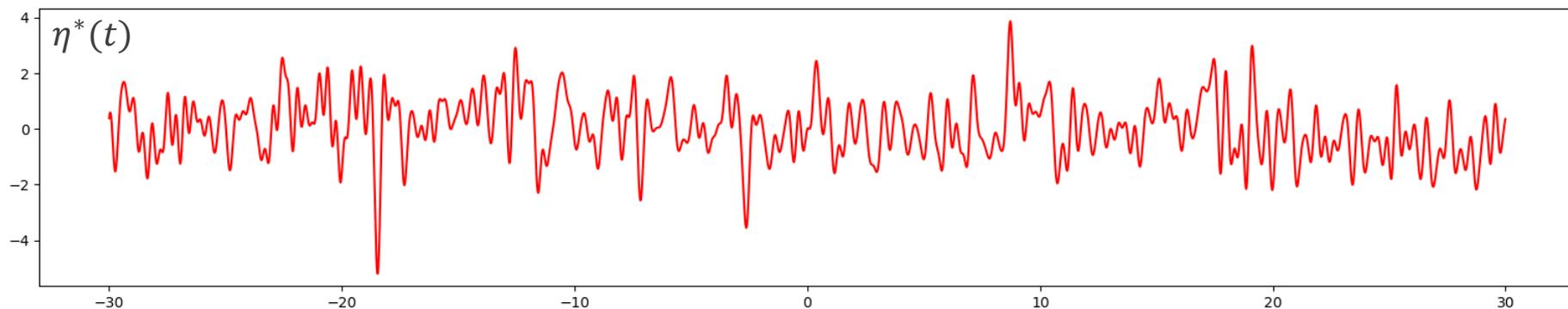
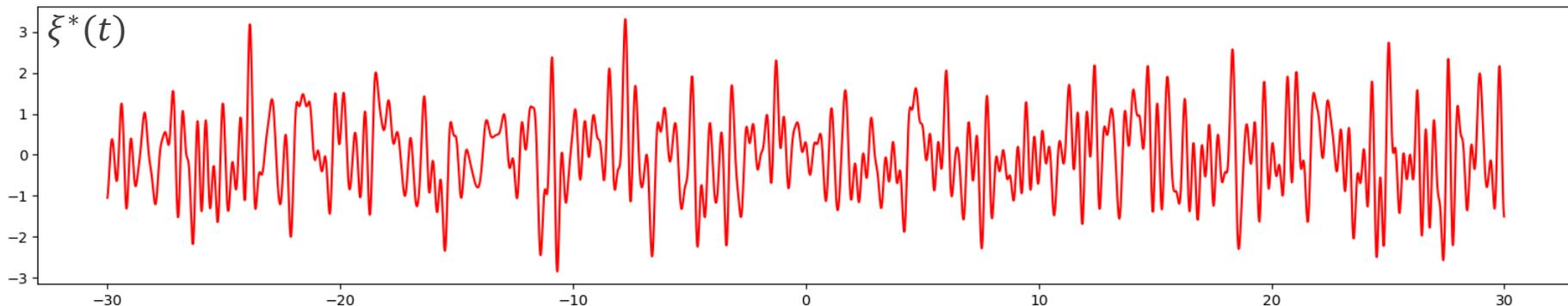
Вычисление искомых процессов в виде суммы независимого и корректирующего процессов

$$\xi^*(t) = \xi(t) + K_{\xi}(t)$$

$$\eta^*(t) = \eta(t) + K_{\eta}(t)$$

$$\zeta^*(t) = f(t)\xi^*(t) + g(t)\eta^*(t)$$

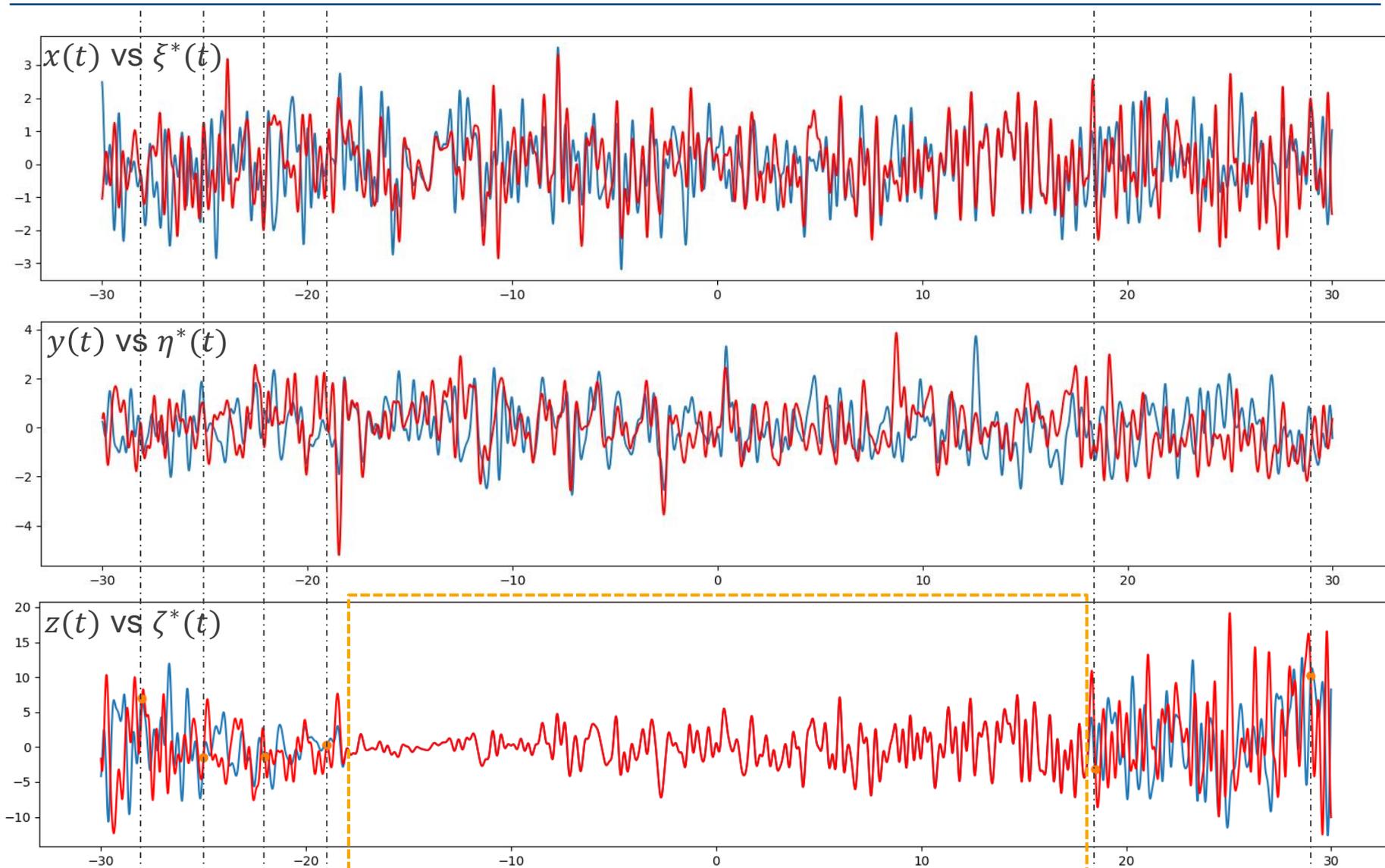
Искомые процессы



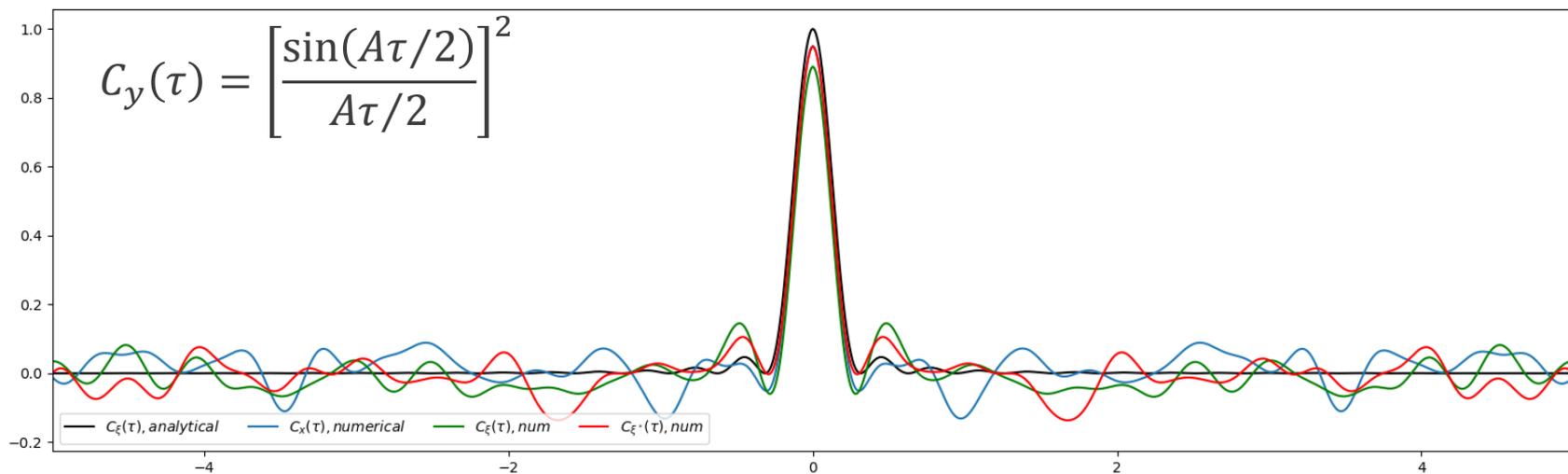
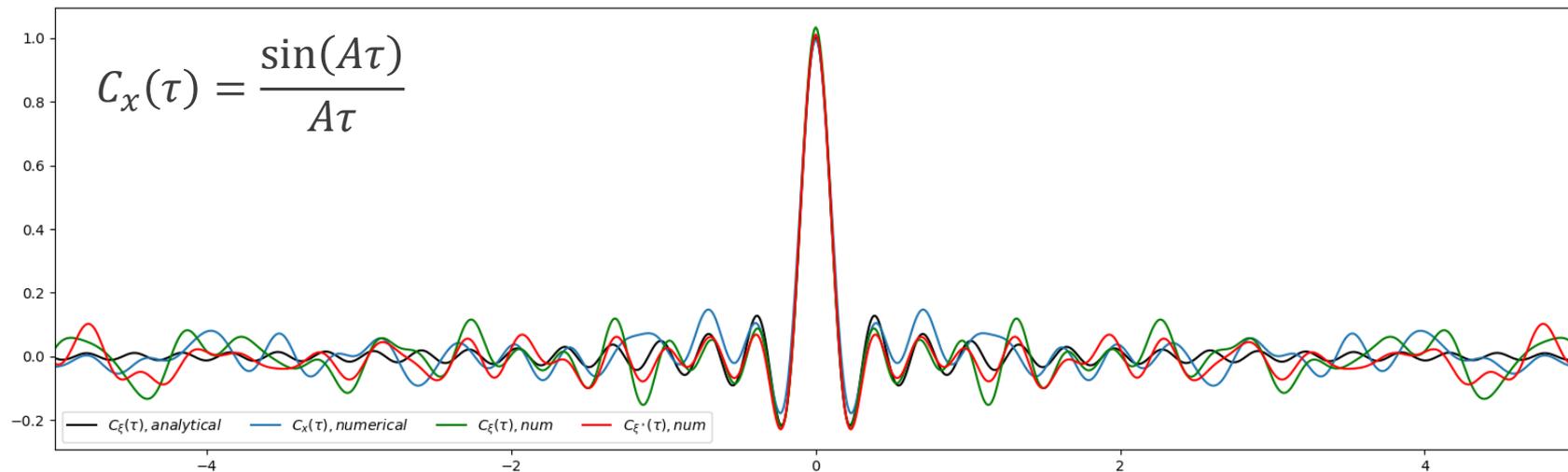
$$\zeta^*(t) = f(t)\xi^*(t) + g(t)\eta^*(t)$$

Сравнение истинных и смоделированных процессов

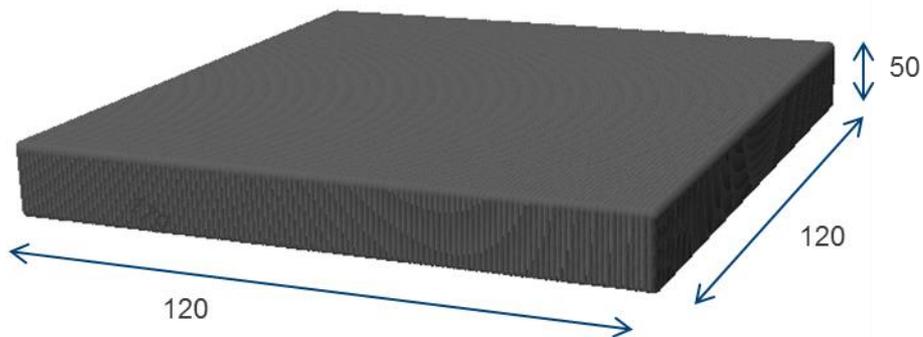
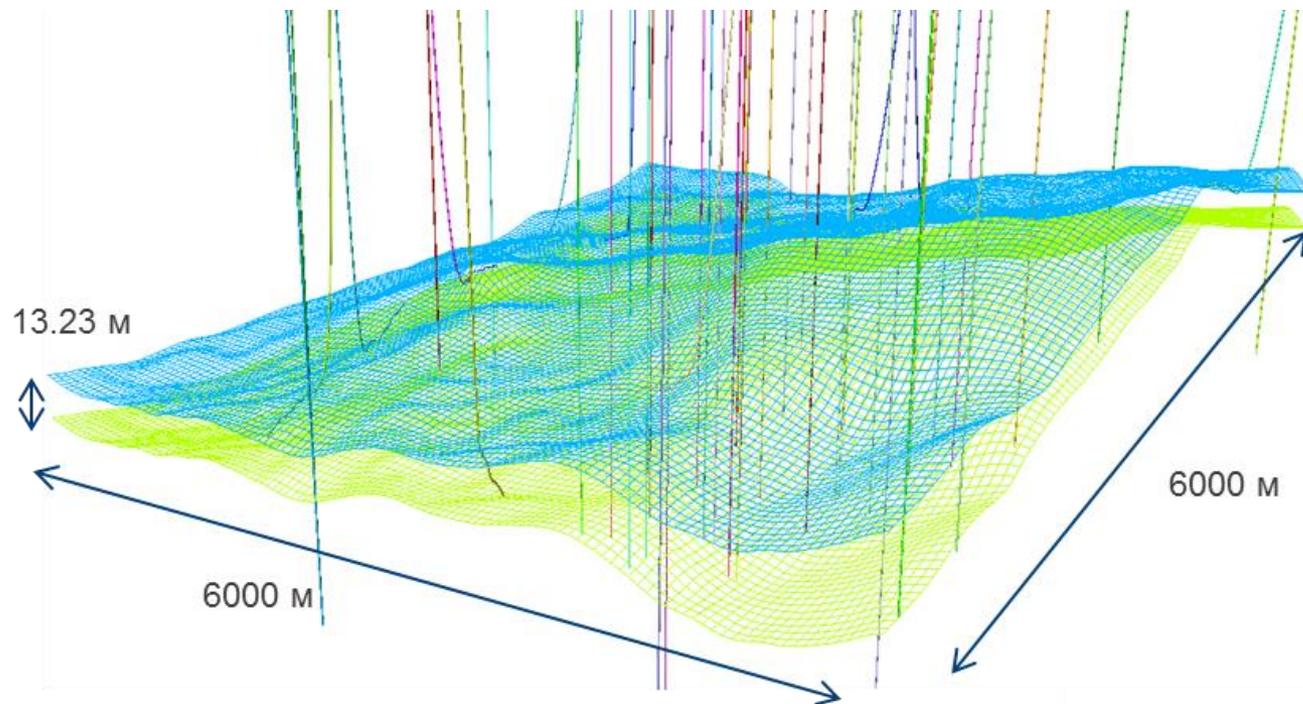
Воспроизведение измеренных значений



Корректное воспроизведение корреляционной структуры



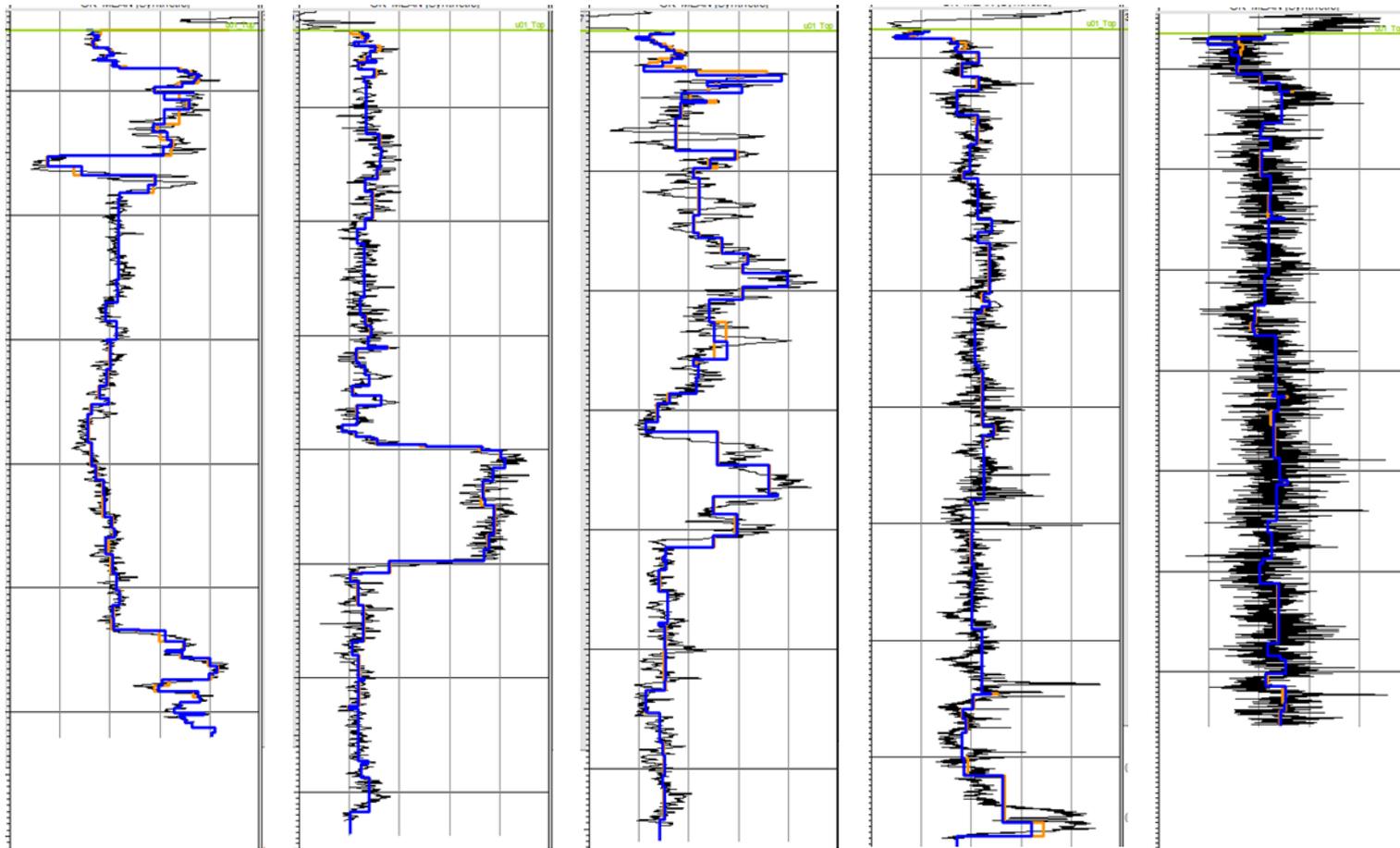
Пример применения на реальном месторождении



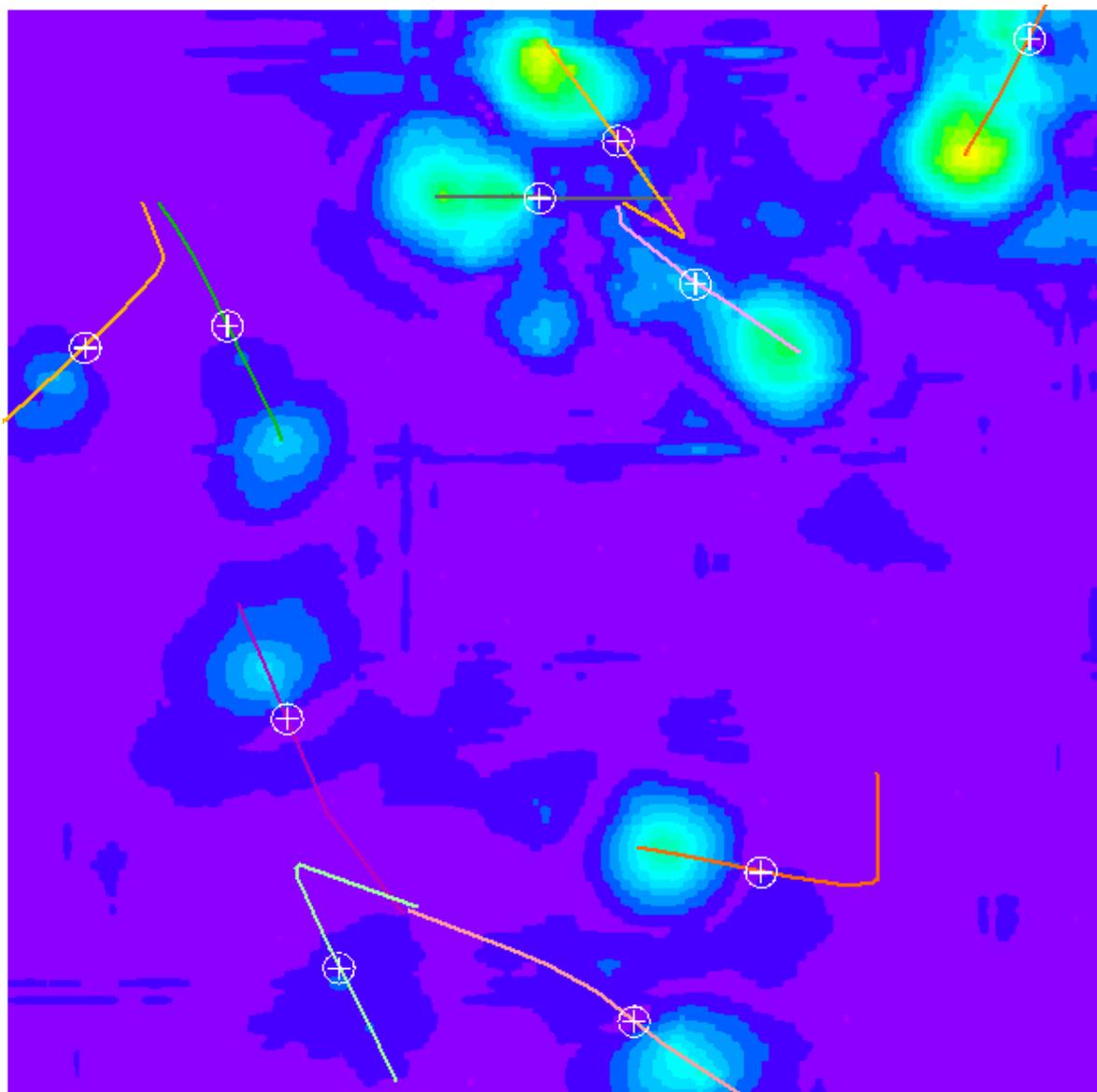
Спектральное моделирование с учётом данных ГС: Результаты

■ Смоделированный синтетический каротаж

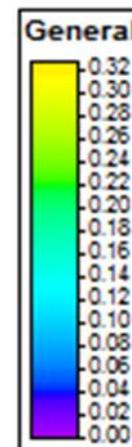
■ Реальный апскейленный каротаж



Спектральное моделирование с учётом данных ГС: Результаты



Карта суммарной абсолютной разности кубов смоделированных с учётом данных ГС и без них

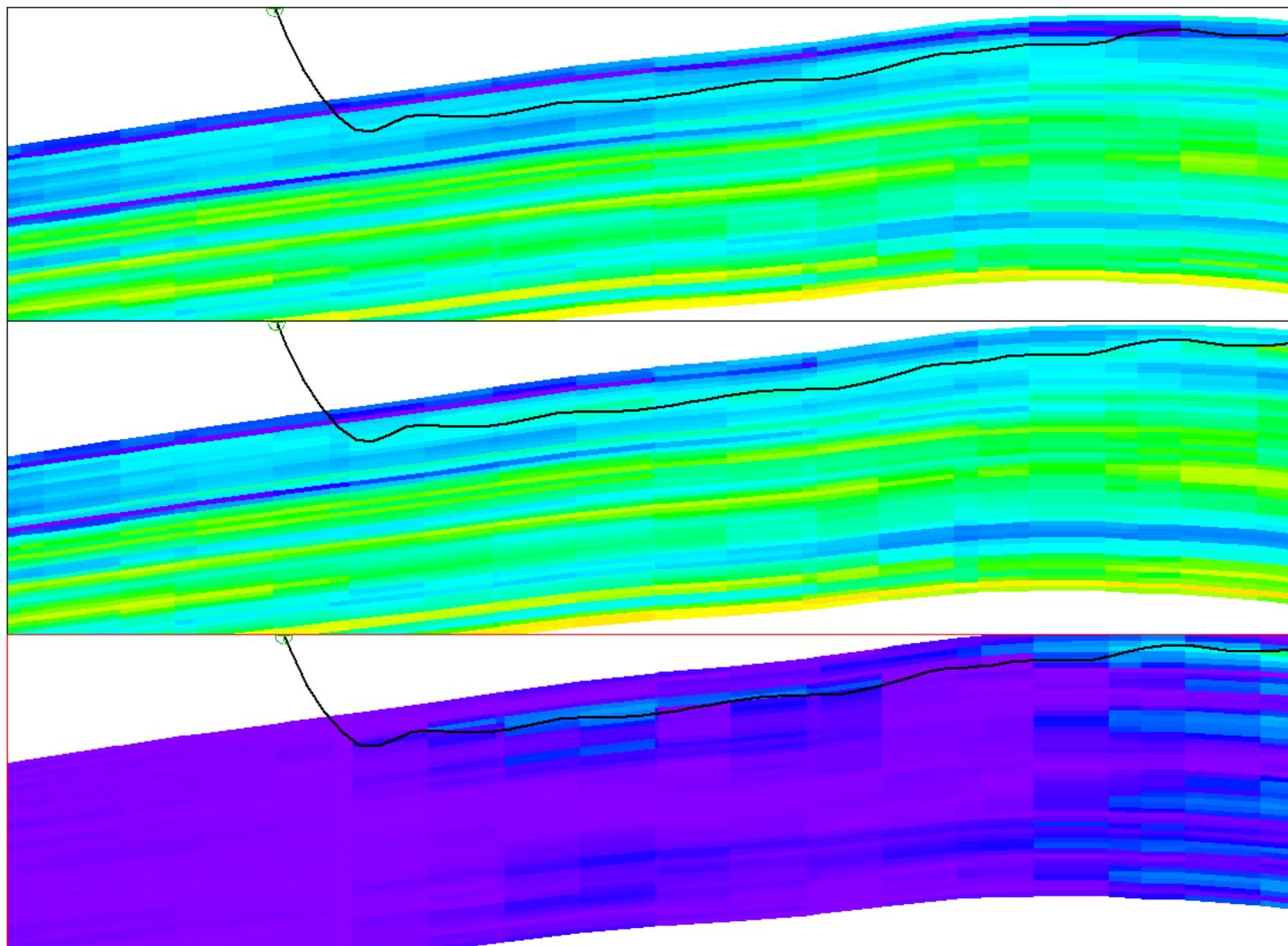


Разрез вдоль скважины

Без учёта
данных ГС

С учётом
данных ГС

Разница
кубов

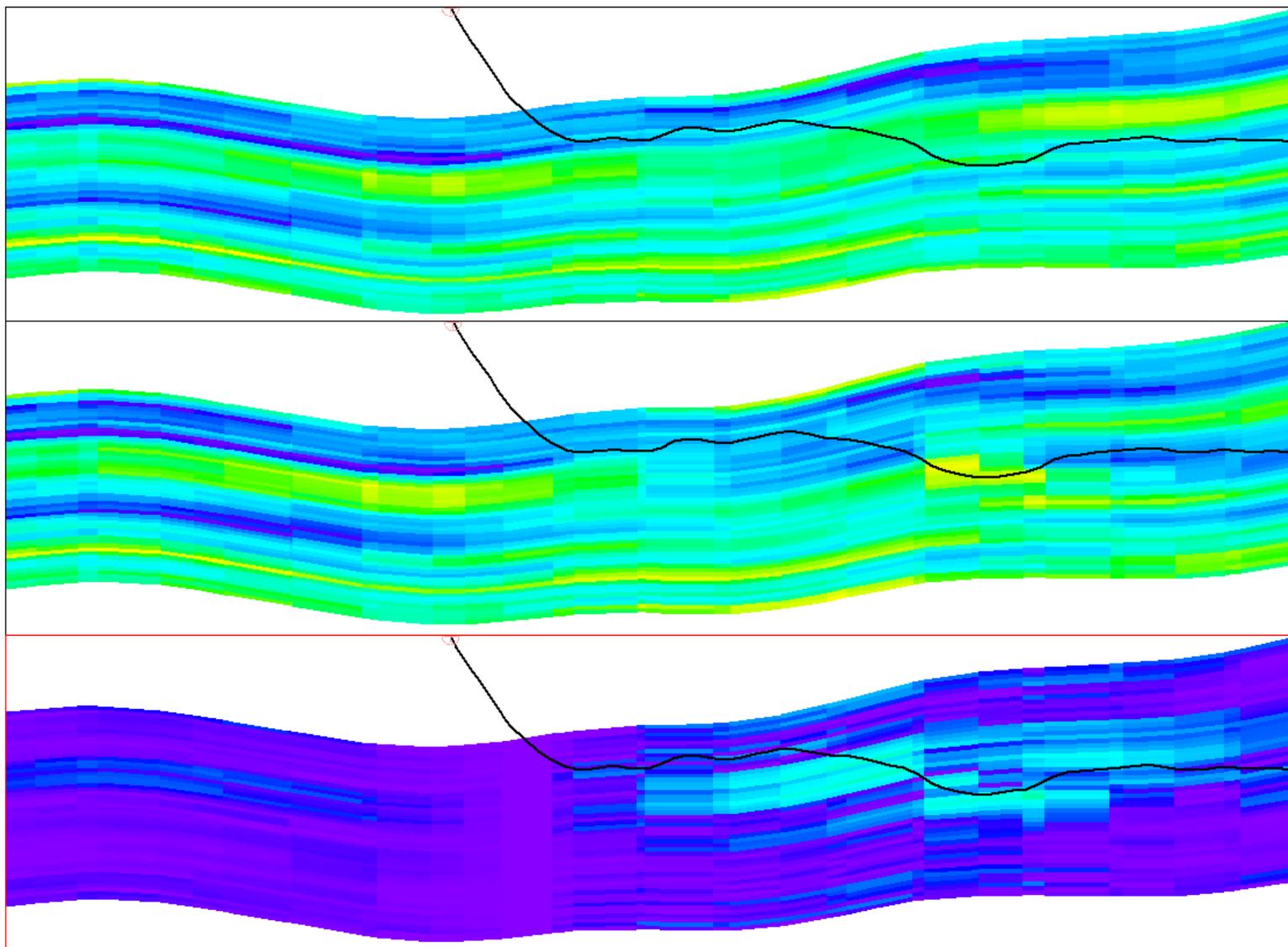


Разрез вдоль скважины

Без учёта
данных ГС

С учётом
данных ГС

Разница
кубов



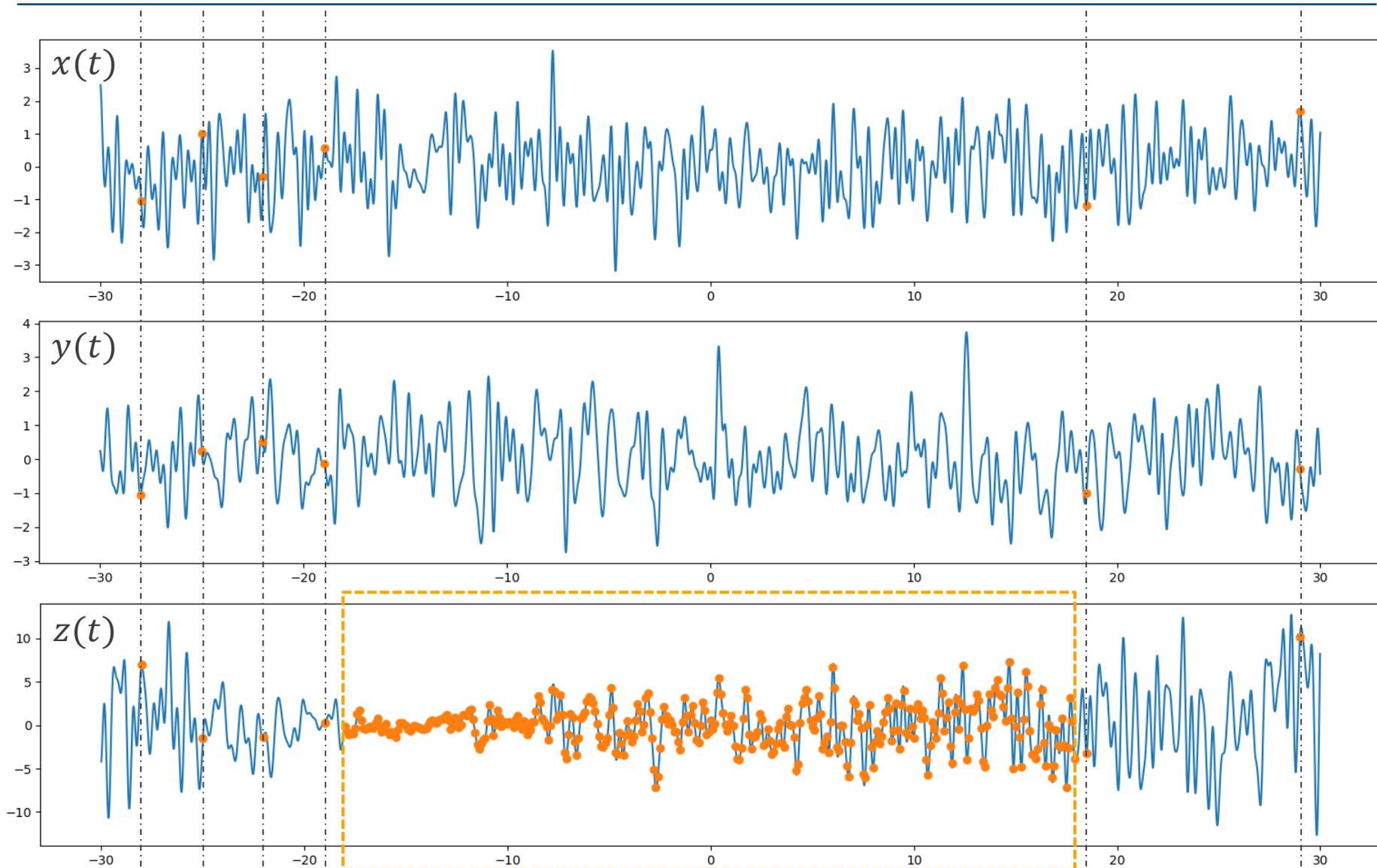
Заключение

Полученные результаты позволяют расширить возможности по применению спектрального метода моделирования в части:

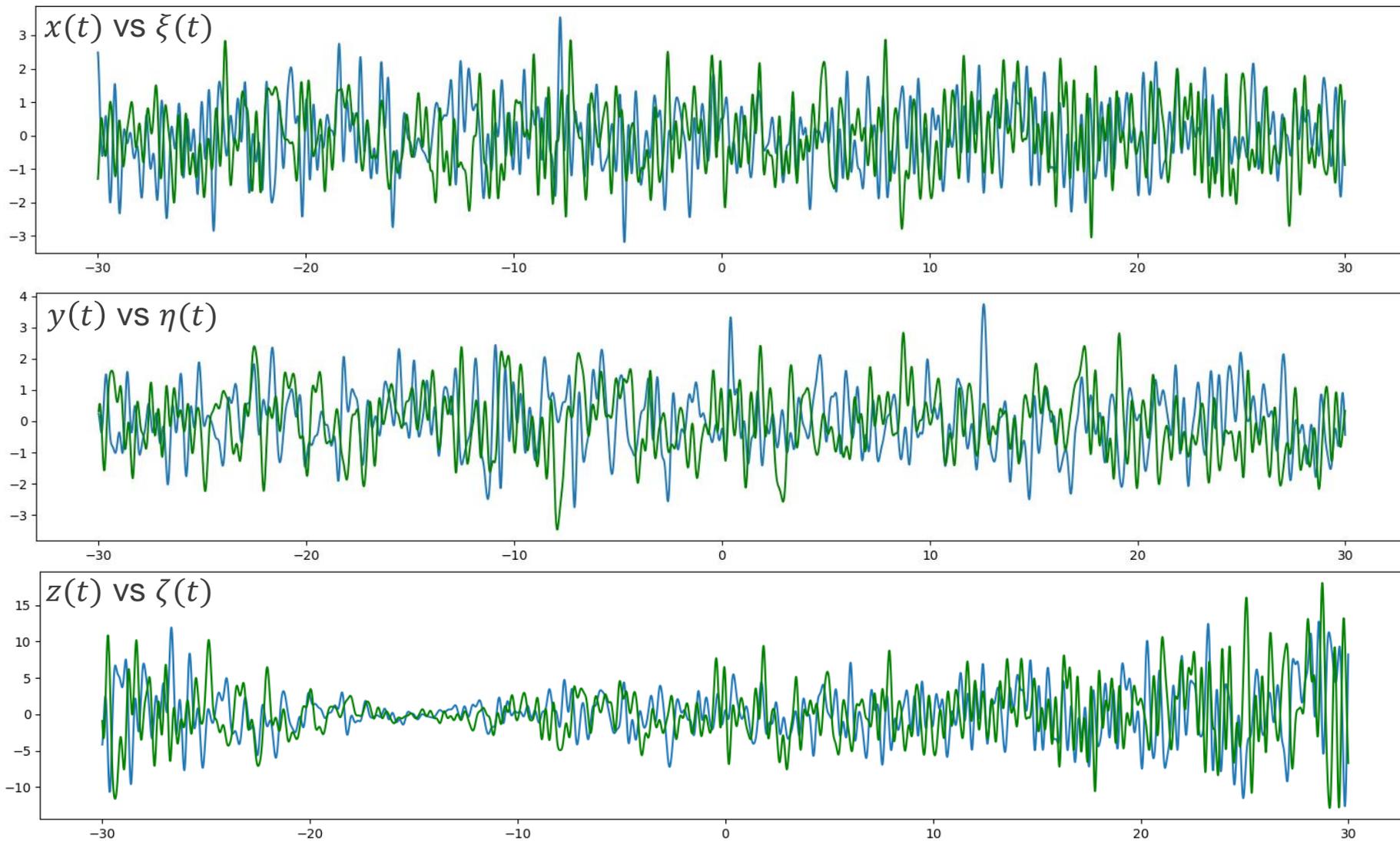
- Моделирования куба литологии непосредственно из данных петрофизической интерпретации.
- Вовлечение в процесс моделирования данных с горизонтальных скважин.

Спасибо за внимание!

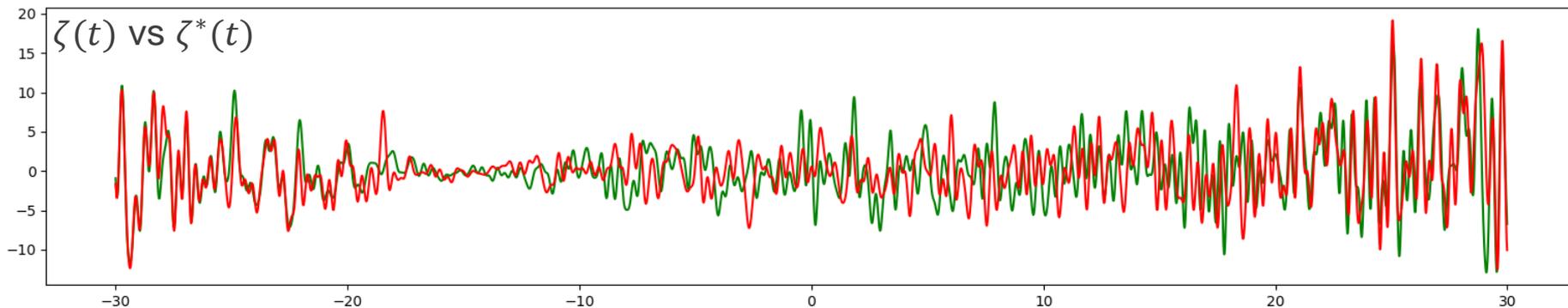
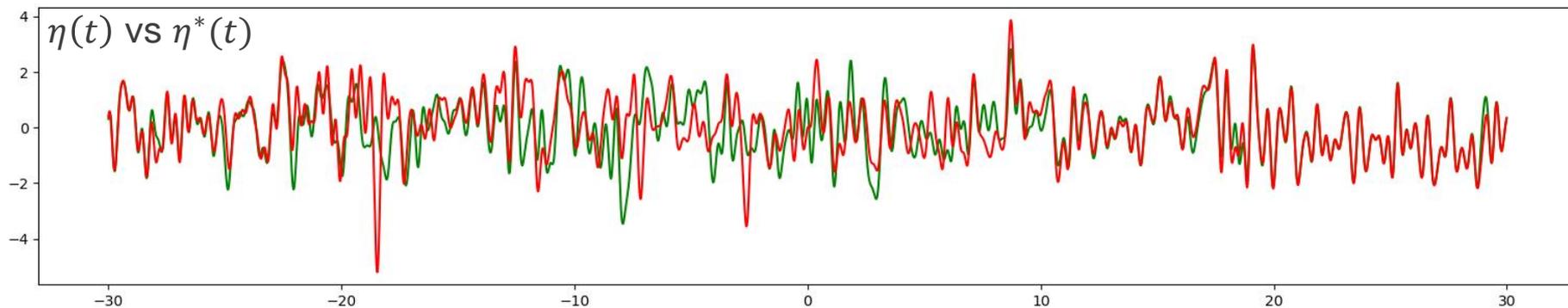
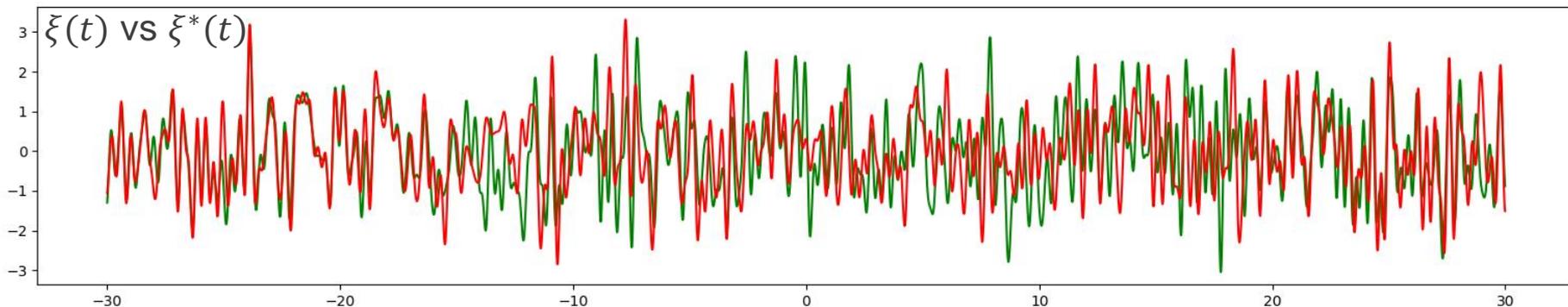
Замена непрерывных изменений дискретными



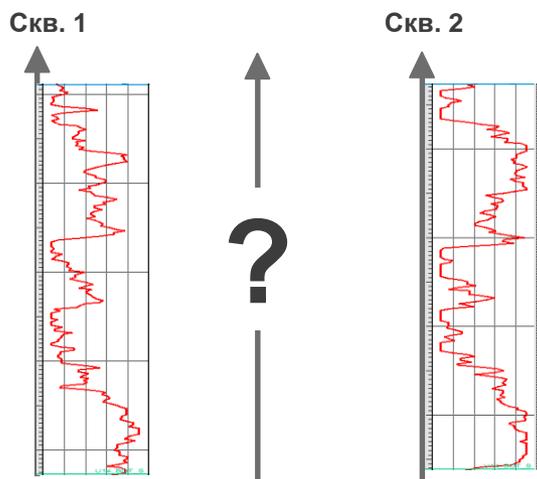
Сравнение истинного процесса и его независимой копии



Спектральное моделирование с учётом данных ГС

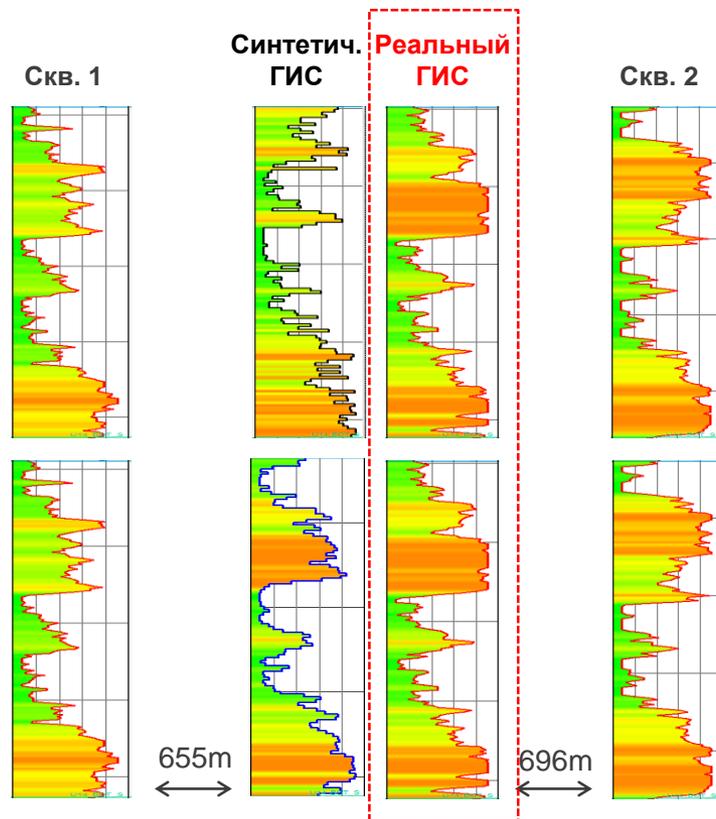


Сравнение интерполяции SGS и спектрального метода

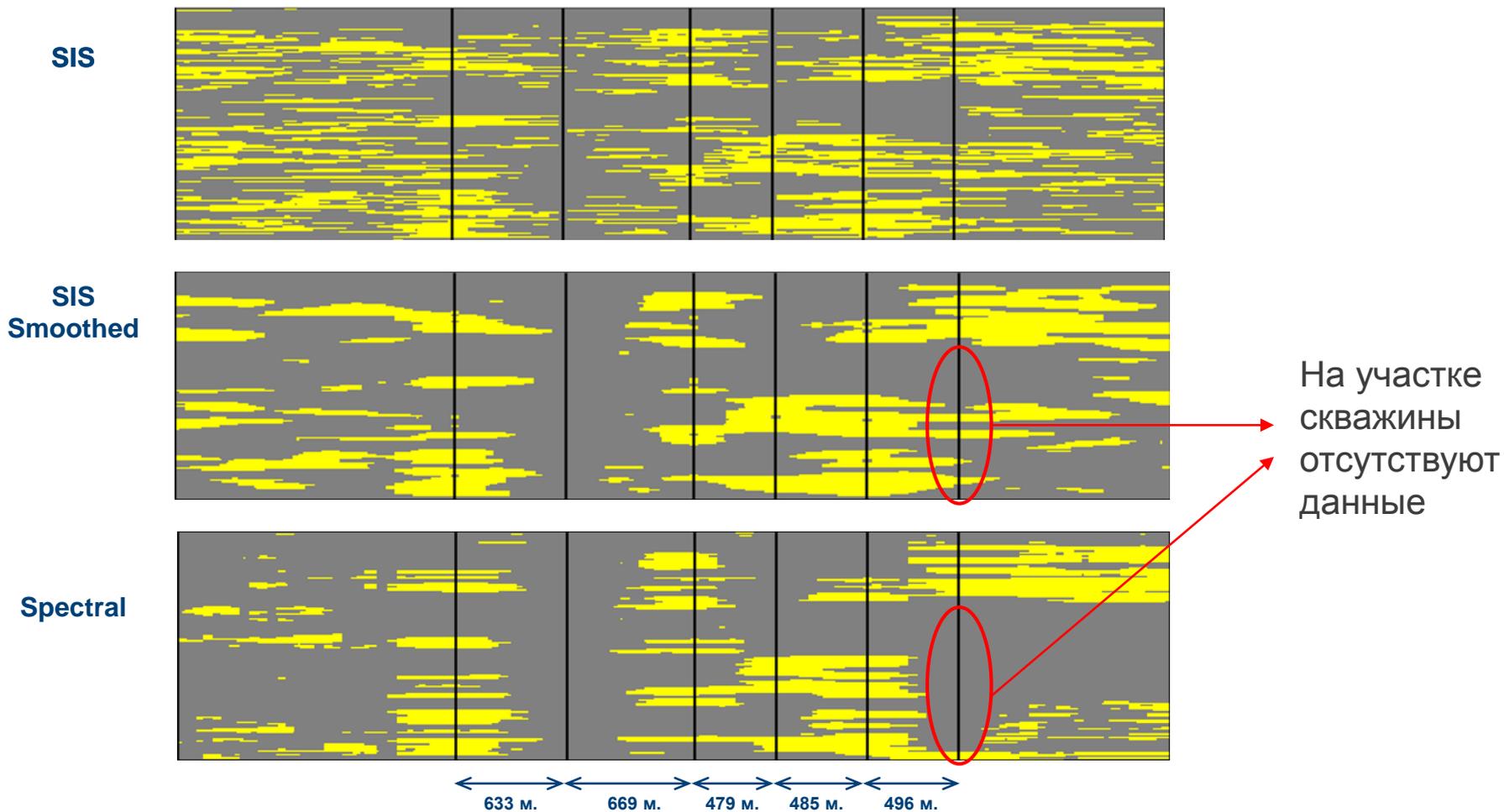


Интерполяция
методом SGS

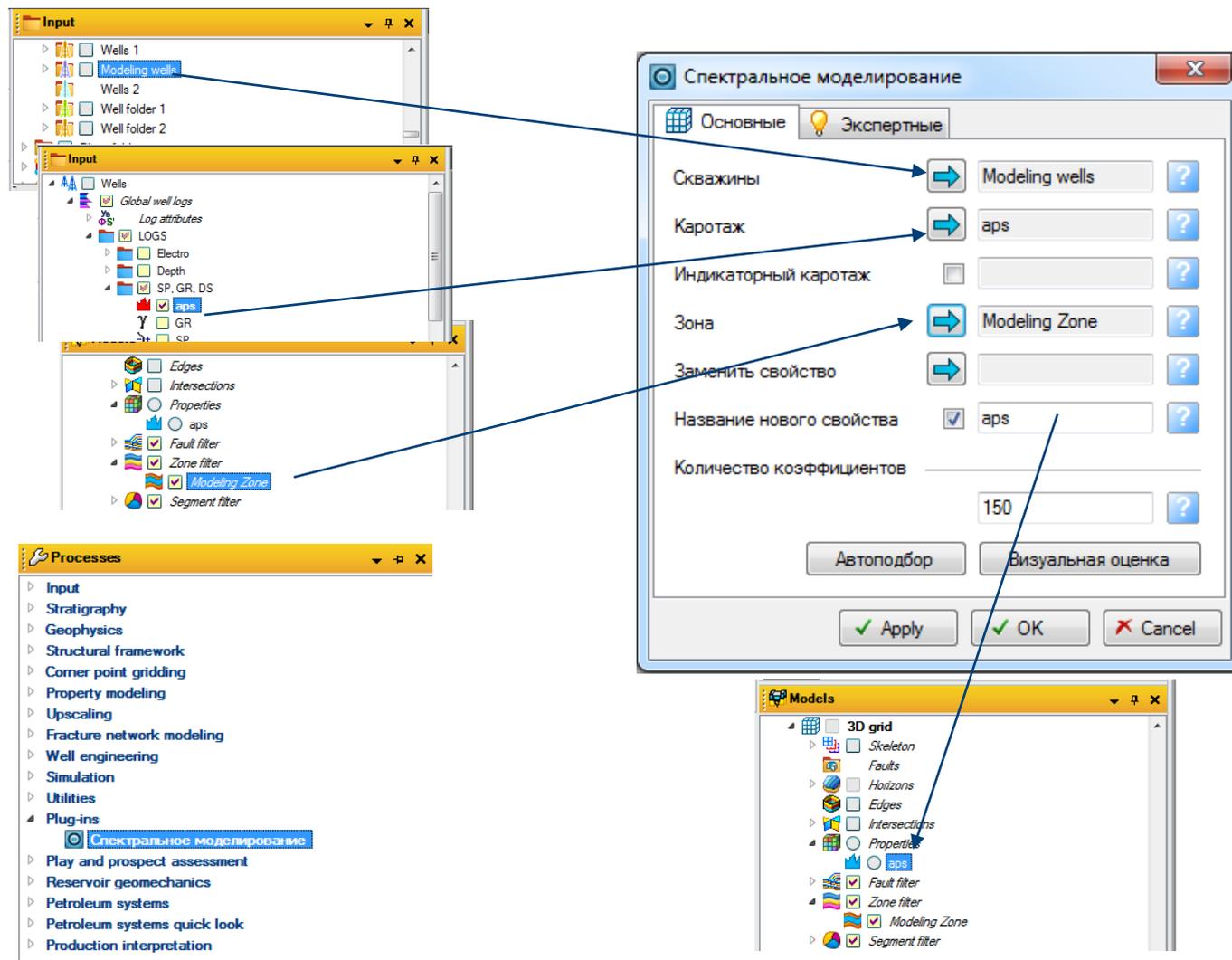
Интерполяция
спектральным
методом



Причина расхождения данных на скважине



Плагин спектрального моделирования к Petrel



О построении случайных величин.

Пусть $z \sim N(0, \sqrt{D_\zeta})$, где $D_\zeta = D_\chi + D_\nu$ для некоторых положительных D_χ и D_ν . Тогда случайные величины заданные равенствами

$$\begin{cases} \chi = a\theta + bz \\ \nu = c\theta + dz \end{cases} \quad \begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{D_\nu D_\chi}{D_\theta D_\zeta}} & c &= -\sqrt{\frac{D_\nu D_\chi}{D_\theta D_\zeta}} \\ b &= \frac{D_\chi}{D_\zeta} & d &= \frac{D_\nu}{D_\zeta} \end{aligned}$$

где $\theta \sim N(0, \sqrt{D_\theta})$ независимые случайная величина, являются независимыми нормально распределёнными с дисперсиями D_χ и D_ν и удовлетворяют равенству

$$\chi + \nu = z$$